3. Modelování biologických systémů pomocí elektrických analogií a aplikace metody při modelování respirační soustavy

Předmětem zájmu biomedicínského inženýra či lékaře je živý organismus, který můžeme nazývat systémem. Co ale odlišuje biologický systém od ostatních systémů je jeho značná složitost. Při bližším pohledu v něm můžeme rozeznat dílčí systémy mechanické, fluidické, termodynamické, elektrické, difúzní, chemické a další, které jsou navíc navzájem propojeny a vzájemně se ovlivňují. Studiem každého z těchto dílčích systémů se zabývá samostatný vědní obor.

Budeme-li chtít popsat celý živý organismus, těžko se nám podaří sestavit dostatečně velký počet rovnic nejrůznějších typů, pomocí nichž by bylo možné postihnout všechny děje v organismu probíhající a všechny vztahy platící mezi nimi. O řešitelnosti této soustavy rovnic raději nemluvě. Detailní popis si můžeme dovolit jen tehdy, vybereme-li si z celého organismu jen nějakou malou část – můžeme si ji označit jako podsystém, kterou lze pro studium konkrétního jevu jednoznačně oddělit od zbytku organismu a vztahy se zbytkem organismu, mající vliv na sledovaný jev, lze jednoduše definovat a popsat. Takto můžeme vytvořit model buněčné membrány pro studium prostupu farmaka do cytoplasmy, model alveolu pro posouzení vlivu plicního surfaktantu na tlakově-objemovou charakteristiku alveolu a podobně. Při popisu větších podsystémů biologického objektu se musíme detailního a exaktního popisu vzdát a musíme se místo toho soustředit na makroskopický popis chování tohoto podsystému. K jeho popisu musíme přistupovat způsobem obvyklým v technice, tj. pro vztah mezi veličinami používat přenosové funkce, impulsové odezvy a podobně. Tyto funkce je často nutné odvodit analýzou reakcí systému na nějaký podnět, sledovaných například při experimentu, protože odvození těchto funkcí přímo z detailní struktury subsystému a elementárních dějů, které v něm probíhají, je mnohdy neproveditelné. Mají-li být výsledky aplikovatelné v klinické praxi a mají-li být jednotlivé matematické algoritmy používány v reálném čase, potom nám jiný než vnější systémový přístup k popisu jevu či soustavy nezbývá. Rychlost a jednoduchost popisu či algoritmu je však vyvážena zvýšenou nepřesností a postihnutím jen několika hlavních veličin, které mají na sledovaný podsystém vliv.

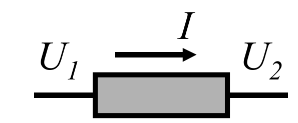
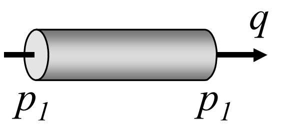
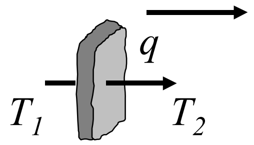
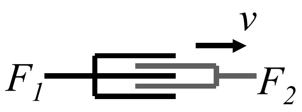
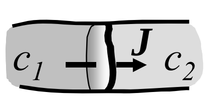
3.1 Analogie a analogické veličiny v různých systémech

V úvodu byly jmenovány některé systémy, které jsou součástí organismu, např. mechanický, fluidický, termodynamický, elektrický a difúzní. Pro modelování těchto systémů můžeme využít jejich vzájemnou dualitu. Pro každý systém je totiž definováno několik proměnných, pomocí nichž je možné popsat všechny děje, ke kterým v něm dochází. Mezi těmito veličinami platí v jednotlivých systémech duální vztahy. To znamená, že tvar rovnic, které popisují vztahy mezi veličinami, je ve všech systémech stejný. Liší se jen použitými veličinami.

Podívejme se na dvě základní veličiny z jednotlivých systémů a na základní vztah, který mezi nimi platí. V elektrických systémech máme dvě základní veličiny: napětí U a proud I. Každý zná Ohmův zákon – základní fyzikální zákon popisující vztah mezi těmito veličinami měřenými na ztrátovém elektrickém vodiči. Tento zákon říká, že napětí na koncích vodiče je úměrné proudu, který vodičem prochází. Konstantou úměrnosti je odpor (rezistance) R. Elektrický proud je zde veličinou podélnou, která teče z jednoho konce vodiče na druhý. Napětí je veličina příčná, měřená na každém konci vodiče. Aby proud mohl vodičem téci, musí být napětí na začátku vodiče jiné než na jeho konci. Odpor vodiče R lze vypočítat z jeho rozměrů a měrného odporu materiálu, ze kterého je vodič vyroben. Odpor vodiče je tím větší, čím je vodič delší a čím je jeho průřez menší. Definiční vztah elektrického odporu je uveden na Obr. 3.1 a).

Na Obr. 3.1 b) je schematicky znázorněn úsek trubice, kterou protéká tekutina. Jedná se tedy o fluidický systém. Na obou koncích trubice můžeme definovat tlak p tekutiny, což je veličina příčná, analogická napětí v elektrických soustavách. Podélnou veličinou je v případě trubice průtok q. Vztah mezi tlakem a průtokem je analogický Ohmovu zákonu, neboť tlakový úbytek na trubici je úměrný velikosti průtoku. Konstantou úměrnosti je veličina analogická elektrickému odporu, která se ve fluidice nazývá průtočný odpor R, jehož definice je uvedena na Obr. 3.1 b). Průtočný odpor (analogicky elektrickému odporu) je tím větší, čím je trubice delší a čím je její vnitřní průřez menší. V tomto vztahu μ označuje kinematickou viskozitu proudící tekutiny.

Tepelný odpor je definován vztahem uvedeným na Obr. 3.1 c). Popisuje úměru mezi podélnou veličinou nazývanou tepelný tok q a příčnou veličinou, kterou je teplota T. Tepelný odpor vrstvy je opět tím větší, čím je vrstva tlustší a její plocha menší. V mechanických soustavách můžeme analogii Ohmova zákona najít mezi podélnou veličinou rychlostí v a příčnou veličinou, kterou je síla F. Konstanta úměrnosti se zde nazývá mechanický odpor a je definována na Obr. 3.1 d). I v jiných soustavách můžeme definovat odpor, pokud se nám podaří najít veličiny analogické napětí (příčná veličina) a proudu (podélná veličina). Příkladem může být soustava difúzní, kde za příčnou veličinu můžeme považovat koncentraci c a za podélnou veličinu difúzní tok J, jak je uvedeno na Obr. 3.1 e), kde D je difúzní konstanta. Difúzní odpor zde opět přímo závisí na tloušťce vrstvy, tj. délce difúzní dráhy, a nepřímo na difúzní ploše.

Druh systému	Schematické znázornění rezistance R	Veličiny definující rezistanci R	Vztah definující rezistanci R	Výpočet rezistance R
a) Elektrický		U ... napětí I .... proud	$U_1 - U_2 = \left(\rho \frac{x}{S}\right) I$	$\rho \frac{x}{S}$
b) Fluidický		p ... tlak q ... průtok	$p_1 - p_2 = \left(\frac{8\mu}{r^2} \frac{x}{S}\right) q$	$\frac{8\mu}{r^2} \frac{x}{S}$
c) Tepelný		T ... teplota q ... tepelný tok	$T_1 - T_2 = \left(\frac{1}{\lambda} \frac{x}{S}\right) q$	$\frac{1}{\lambda} \frac{x}{S}$
d) Mechanický		F ... síla v ... rychlost	$F_1 - F_2 = \left(\frac{1}{\mu} \frac{x}{S}\right) v$	$\frac{1}{\mu} \frac{x}{S}$
e) Difúzní		c ... koncentrace J ... difúzní tok	$c_1 - c_2 = \left(\frac{1}{D} \frac{x}{S}\right) J$	$\frac{1}{D} \frac{x}{S}$

Obr. 3.1: Analogie elektrického odporu v různých systémech. Jednotlivé symboly jsou vysvětleny v textu.

Obecně můžeme odpor v libovolné soustavě definovat jako poměr příčné a podélné veličiny:

$$R = (\text{příčná veličina}) / (\text{podélná veličina}). \qquad (3.1)$$

Pro tento definiční vztah, aby se jednalo o odpor, musí platit, že čas je v rovnici přítomen v liché mocnině. Ve všech předešlých případech byla tato podmínka splněna, neboť elektrický proud je v podstatě náboj prošlý za sekundu, fluidický průtok má jednotku litr za sekundu, tepelný tok se vyjadřuje v joulech za sekundu, mechanická rychlost je v metrech za sekundu a difúzní tok se vyjadřuje v molech za sekundu.

Další charakteristickou vlastností, kterou je možné najít ve všech soustavách, je akumulace či hromadění energie nebo hmoty. V elektrických soustavách tuto funkci vykonává prvek zvaný kapacitor (což je označení pro bezeztrátový kondenzátor), který v sobě hromadí elektrický náboj. Velikost náboje Q nahromaděného v kapacitoru je přímo úměrná napětí U na kapacitoru a můžeme pro něj napsat jednoduchou rovnici

$$Q = C \cdot U\,, \tag{3.2}$$

kde konstantou úměrnosti je kapacita C kapacitoru. Kapacita je potom definována vztahem

$$C = Q / U\,. \tag{3.3}$$

V ostatních soustavách je pojem kapacity definován duálně a má principiálně stejný význam. Tak například ve fluidických soustavách náboji odpovídá objem tekutiny. Protože elektrický proud je definován

$$i = \mathrm{d}Q / \mathrm{d}t\,, \tag{3.4}$$

odkud

$$Q = \int i(t)\,\mathrm{d}t + Q_0\,, \tag{3.5}$$

je ve fluidických soustavách průtok definován duálním vztahem

$$q = \mathrm{d}V / \mathrm{d}t\,, \tag{3.6}$$

odkud

$$V = \int q(t)\,\mathrm{d}t + V_0\,. \tag{3.7}$$

Schopnost akumulace objemu tekutiny je tedy definována vztahem

$$C = V / p \tag{1.8}$$

a nazývá se poddajnost či compliance. V tepelných soustavách se v akumulačním prvku hromadí teplo Q. Pro tento prvek je zavedena veličina nazvaná tepelná kapacita C a je definována vztahem

$$C = Q / T\,. \tag{3.9}$$

V mechanické soustavě je hromadící se veličinou potenciální energie, protože časový integrál z rychlosti je výchylka ξ

$$\int v\,\mathrm{d}t = \xi \tag{3.10}$$

a v difúzní soustavě je hromadící se veličinou látkové množství, neboť

$$\int J \, \mathrm{d}t = n \,. \tag{3.11}$$

Odpovídající kapacity se v těchto systémech nazývají poddajnost a difúzní kapacita.

Obecně lze akumulační schopnost, nazývanou většinou kapacita, definovat v libovolném systému stejným obecným tvarem (3.1) jako odpor:

$$C = \text{(příčná veličina)} / \text{(podélná veličina)}, \tag{3.12}$$

s tím zásadním rozdílem, že v tomto definičním vztahu vystupuje čas v sudé mocnině. Nula je zde považována za sudé číslo, jak plyne z předchozích odstavců.

Další důležitou vlastností v elektrických systémech je indukčnost, která bývá spojována zejména se setrvačnými vlastnostmi soustavy. Pro odvození analogie indukčnosti např. v mechanických soustavách vyjdeme ze základního vztahu pro indukčnost elektrickou:

$$U = L \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \,. \tag{3.13}$$

Přepíšeme-li tento vztah pro mechanickou soustavu, tedy místo napětí budeme psát sílu a místo proudu budeme psát rychlost, dostaneme vztah:

$$F = L_{\mathrm{MECH}} \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = L_{\mathrm{MECH}} \cdot a = m \cdot a \,, \tag{3.14}$$

ve kterém časová derivace rychlosti je zrychlení a soustavy a mechanická analogie indukčnosti L_{MECH} je hmotnost pohybujícího se prvku. Výsledný vztah je druhý Newtonův pohybový zákon – zákon síly. Obdobně bychom mohli definovat analogie indukčnosti v ostatních soustavách.

Obě veličiny indukčnost a kapacita mají akumulační charakter, proto je lze definovat stejným obecným vztahem (3.12), uvedeným pro kapacitu C, s podmínkou sudé mocniny času v tomto definičním vztahu. Potom zpravidla zlomek, ve kterém čas vystupuje v nulté mocnině, neboli nevystupuje vůbec, definuje analogii kapacity, a zlomek, ve kterém je čas ve druhé mocnině, zpravidla definuje analogii indukčnosti. Avšak stejnou akumulační vlastnost, například poddajnost plic, lze vyjádřit jak analogií kapacity, tak indukčnosti. To závisí na přiřazení veličin ve sledovaném systému veličinám elektrickým, které může být téměř libovolné. Při dodržování logických souvislostí a analogií mezi systémy lze však přiřazení považovat za jednoznačné.

Z předešlého odvození analogie indukčnosti (3.14) v mechanické soustavě je zřejmé, že při odvozování analogických veličin jsme schopni odvodit i analogické fyzikální zákony. Tuto vlastnost lze s výhodou využít při modelování systémů. Jako příklad je na Obr. 3.2 uveden soubor analogických veličin a některých analogických zákonů pro mechanický a elektrický systém.

Mechanický translační systém

Veličiny elektro-mechanické analogie:

Mechanická veličina		**Elektrická veličina**	
F	síla	U	napětí
v	rychlost	I	proud
ξ	výchylka	Q	náboj
m	hmotnost	L	indukčnost
R	odpor	R	odpor
C	poddajnost	C	kapacita

Příklady analogických veličin a rovnic:

Hmotnost / Indukčnost		**Poddajnost / Kapacita**	
$F = m \cdot a = m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$	*Druhý Newtonův zákon*	$F = k\xi = \dfrac{1}{C}\xi$	*Hookův zákon pružnosti*
$U = L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$	*Napětí na cívce*	$U = \dfrac{1}{C}Q$	*Napětí na kondenzátoru*

Obr. 3.2: Soubor analogických veličin a některé analogické zákony pro mechanický translační systém a systém elektrický.

3.2 Tvorba elektrických analogií systémů a jejich výhody

Důvodů, proč se při řešení nejrůznějších soustav používá analogie s elektrickými obvody, je mnoho. Mezi ně patří například tyto:

1. Metodika řešení elektrických obvodů je neobyčejně zevrubně propracovaná a existuje značné množství pomocných algoritmů a metod.

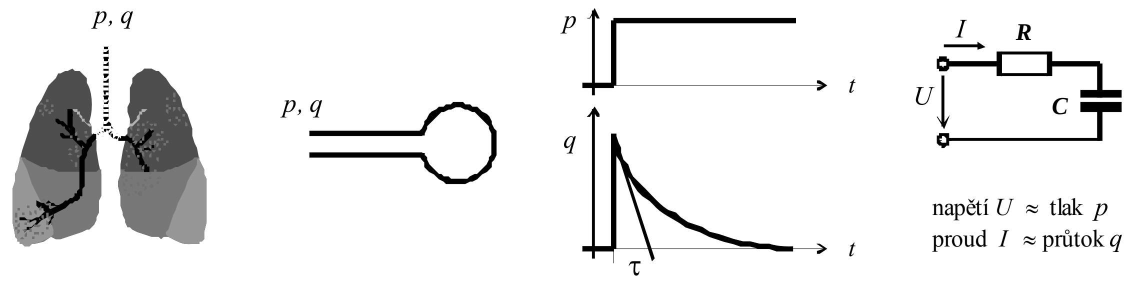
2. Pro řešení libovolného systému lze využít postupy v daném systému netradiční, které jsou však běžné v elektrických systémech, jako například Fourierovu analýzu, studium rezonančních vlastností, využívání fázorů, zavedení přenosů apod.

3. Pro řešení elektrických systémů existuje značné množství kvalitních počítačových programů, ať už na analýzu obvodů, na jejich návrh, simulaci, optimalizaci či na řešení rozložení veličin elektrického pole metodou konečných prvků apod. Všechny tyto programy jsou po zavedení analogie použitelné pro libovolný studovaný systém.

4. Důležitou výhodou používání elektrické analogie je možnost převedení různých druhů systémů tvořících jeden celek na jeden analogický systém elektrický, ve kterém jednotlivé části celého modelu reprezentují dílčí podsystémy (mechanické, tepelné, difúzní apod.), a studovaný systém lze tak jednoduše řešit jako jeden celek ve formě jednoho elektrického obvodu.

Jaký je rozdíl mezi modelem a elektrickou analogií? Tato otázka je zde položena proto, že v předchozím textu byly tyto termíny použity. Odpověď na ni však není jednoznačná. Zpravidla lze říci, že rozdíl mezi modelem a elektrickou analogií je v tom, že prvky modelu jsou popisovány pomocí stejných veličin, které jsou přítomny ve studovaném systému. Elektrickou analogií nazýváme většinou takový model soustavy, která pro popis prvků již používá analogické veličiny, jako je napětí, proud, náboj, indukčnost apod. Často se však, zejména u jednoduchých elektrických analogií systémů, kreslí elektrické schéma obsahující typické elektrické prvky (rezistory, kapacitory, induktory, zdroje apod.), ale jsou k nim připisovány veličiny ze skutečného neelektrického systému. Tento způsob je samozřejmě možný vzhledem k úplné vzájemné dualitě všech systémů a mnohdy dává čtenáři lepší představu o funkci vytvořené analogie a o jejím vztahu ke skutečnosti.

Velmi zjednodušený postup tvorby lineární elektrické analogie respirační soustavy pro vyšetřování tlakově – průtokových charakteristik je znázorněn na Obr. 3.3. Modelovaná soustava je znázorněna na Obr. 3.3 a) a zajímá nás vztah mezi tlakem p a průtokem q na začátku dýchacích cest. Pro konvenční ventilaci, tj. malé frekvence, můžeme celou soustavu modelovat tuhou trubicí připojenou na balónek schopný rozpínání při zvyšujícím se tlaku. Vznikne tak fyzikální model respirační soustavy, jak ukazuje Obr. 3.3 b). Stejnou vypovídací hodnotu má i grafický model, který je znázorněn na Obr. 3.3 c). Tyto modely stále popisují vztah mezi průtokem a tlakem. Pro tvorbu následujícího modelu uvažujeme, že u trubice na Obr. 3.3 b) převažuje pouze její odporová složka a u kompresibilního objemu pouze jeho poddajnost. Za těchto předpokladů můžeme dospět k modelu na Obr. 3.3 d). Tento model již znázorňuje elektrickou analogii respiračního systému, neboť popisuje vztah mezi napětím a proudem, tedy mezi veličinami analogickými k tlaku a průtoku.



a) **Biologický systém:** respirační soustava - dýchací cesty a plíce

b) **Fyzikální model systému:** rigidní trubice a balónek schopný rozpínání

c) **Grafický model systému:** odezva průtoku na skokovou změnu tlaku

d) **Elektrická analogie:** sériové spojení rezistoru a kapacitoru.

Obr. 3.3: Modelování a tvorba lineální analogie respirační soustavy pro konvenční umělou plicní ventilaci.

Přechod od modelu k jeho elektrické analogii je zřejmý. Jenom je nutné v tomto případě podotknout, že z Obr. 3.3 c) nejsme schopni určit konkrétní veličiny odporu R a kapacity C pro elektrickou analogii, ale pouze časovou konstantu τ, která je součinem těchto hodnot. Toto je situace zcela analogická vyšetřování elektrických obvodů. K určení jednotlivých hodnot R a C bychom museli doplnit k Obr. 3.3 c) další graf, který by byl na rozdíl od uvedené dynamické odezvy statickou charakteristikou, ze které poddajnost (kapacita) jednoznačně vyplývá. Ve statické charakteristice se odporová složka neprojeví.

Uvedený příklad je velmi jednoduchý. Tuto použitou metodu elektro-akustické analogie je možné pro modelování respirační soustavy detailně rozpracovat. Každá trubice, z níž je respirační systém složen, má jak odporovou složku pro proudící plyn, tak setrvačné vlastnosti. Lze ji proto modelovat jako sériovou kombinaci odporu a inertance. Je možné přidat i příčnou poddajnost, uvažujeme-li stlačitelnost plynu v trubici. Spojením modelů dostatečně velkého počtu trubic respektujícím anatomickou strukturu respirační soustavy lze vytvořit přesný analogický model respirační soustavy.

Na stejném principu lze zkonstruovat například modely cévního řečiště, modelovat přenosové vlastnosti sluchového aparátu, počítat tepelné ztráty organismu apod. Ani velká složitost vzniklých modelů nebývá překážkou, protože lze velmi často najít pravidla pro jejich zjednodušení. V neposlední řadě nám může výrazně pomoci výpočetní technika, pro kterou nebývají vytvořené modely komplikací.

3.3 Závěr

V předchozích odstavcích byly popsány hlavní principy a zásady pro tvorbu elektrických analogií libovolných soustav, včetně výhod, které tato metoda analýzy a modelování biologických systémů přináší.

Použitím elektrických analogií lze nejen řešit problémy různých fyzikálních soustav za použití stejných principů a vztahů, ale použitím této metody je umožněno i spojení několika odlišných fyzikálních soustav v jeden celek – jeden model obsahující různé fyzikální podsystémy.

Otázku spojování podsystému do jednoho modelu a specifika různých fyzikálních podsystémů je třeba nastudovat před použitím této metody. Podrobné informace je například možné najít v knize [1], která se podrobně a srozumitelně modelováním biologických systémů komplexně zabývá. Znalosti a informace získané z této knihy by měly být dostatečným základem pro samostatné řešení celé řady poměrně komplikovaných problémů z biomedicínského inženýrství. Jako výklad modelování pomocí elektro-akustických analogií, tj. metody použité v tomto článku pro popis respiračního systému, lze jednoznačně doporučit publikaci [2], která je sice primárně zaměřena na elektroakustiku, ale obsahuje jak základy, tak například velmi dobře popsané problémy soustav s rozprostřenými parametry a jejich modelování pomocí elektro-akustické analogie. To je právě ta metoda, která se používá při popisu kardiovaskulárního systému, popisu šíření pulzní vlny v cévách apod. Konkrétní aplikace metody elektro-akustické analogie na respirační systém je možné najít například v publikacích [3, 4, 5 a 6].

3.4 Literatura

[1] Blesser, W. B.: a systems approach to biomedicine. McGraw-Hill, NewYork, 1969, 615 pp.

[2] Škvor, Z.: Akustika a elektroakustika. 1. vyd. Praha: Academia, 2001. 527 s. ISBN 80-200-0461-0.

[3] Rožánek, M. Vliv pulmonální perfúze na umělou plicní ventilaci: diplomová práce. Praha: ČVUT Fakulta elektrotechnická, 2002. 66s.

[4] Roubík, K. - Zábrodský, V. - Krejzl, J.: Elektrická analogie respirační soustavy pro vysokofrekvenční umělou plicní ventilaci. Lékař a technika. 2002, roč. 33, č. 4, s. 105-111. ISSN 0301-5491.

[5] Gólczewski T., Kozarski M., Darowski M.: The respirator as a user of virtual lungs, Biocybernetics and Biomedical Engineering 2003, vol. 23, no. 2, 57-66.

[6] K. J. Pałko, M. Kozarski, M. Darowski. Identification of Mechanical Parameters of the Respiratory System during Ventilatory Support of the Lungs, Biocybernetics and Biomedical Engineering 2005, vol. 25, no. 1, 73-88.

4. Modelování respirační soustavy metodou elektroakustické analogie a její experimentální ověření rezonančním experimentem

Existuje mnoho režimů a způsobů umělé plicní ventilace (UPV); jejich úspěšnost a vhodnost použití je však závislá na mnoha parametrech. Efektivitu různých režimů UPV ovlivňují mimo jiné mechanické parametry respiračního systému. Respirační systém se projevuje navenek určitými mechanickými parametry, které se mohou během UPV měnit, a tím mohou ovlivnit účinnost UPV. Mezi tyto mechanické parametry patří zejména průtočný odpor, který při konstantním maximálním tlaku (*PIP*) přímo určuje maximální průtok dýchacími cestami, nebo poddajnost respiračního systému, určující dosažený dechový objem při tlakové ventilaci s dostatečně dlouhou dobou inspiria.

Cílem této úlohy je naučit se používat elektroakustickou analogii nejen pro potřeby řešení problémů v respirační péči, ale i v jiných oblastech lékařství a biomedicínského inženýrství.

4.1 Elektroakustická analogie

Elektroakustická analogie popisuje souvislost mezi akustickými a elektrickými obvody. Je jednou z analogií, které byly popsány v předchozí kapitole 3.

Veličiny, které si vzájemně odpovídají v elektrické a akustické soustavě, jsou uvedeny v tabulce 4.1.

Tab. 4.1: Prvky a veličiny elektroakusticky analogických soustav.

Elektrická soustava		Akustická soustava	
napětí u proud i náboj q		tlak p objemový průtok q objem V	
Prvek	vlastnost	prvek	vlastnost
induktor	indukčnost L	inertor	ak. hmotnost m_a
rezistor	odpor R	akustický odpor	ak. odpor r_a
kapacitor	kapacita C	elastor	ak. poddajnost c_a

Všimněme si analogických vlastností: Jestliže v elektrických obvodech teče elektrický proud, v akustických soustavách teče průtok. Elektrický proud je definován jako náboj prošlý za jednotku času, průtok jako objem prošlý za jednotku času. Vzájemně si proto odpovídají náboj a objem. V elektrickém kapacitoru (kondenzátoru) se proto hromadí náboj, zatímco v akustickém elastoru (nepřesně nazývaném akustická poddajnost či compliance) se hromadí objem tekutiny. Takto je možné v popisu analogií pokračovat.

Za akustickou soustavu, kterou lze řešit pomocí elektroakustické analogie, můžeme v podstatě považovat jakoukoliv soustavu, která je naplněna plynem nebo kapalinou, tj. obecně tekutinou. Jedná se jak třeba o respirační systém, část nebo celý cévní systém apod.

V našem případě budeme za akustickou soustavu považovat obyčejnou láhev (např. od piva, Jameson whiskey apod.). Pokud chceme tuto akustickou soustavu popsat, je nezbytná znalost jejích geometrických rozměrů soustavy. V případě láhve, odpovídají částem láhve jednotlivé akustické elementy, které svou vlastností popisují danou část akustické soustavy. Protože každému prvku akustické soustavy odpovídají elektrické ekvivalenty, je pak možné použít dobře známé elektrické zákony k řešení akustických soustav.

Pokud známe geometrické rozměry akustických soustav, lze vypočítat akustické prvky popisující tyto soustavy.

Pozor: Následující vztahy platí pouze tehdy, když jsou jednotlivé prvky rigidní. To znamená, že jsou dostatečně tuhé a nemění své rozměry například při vzrůstajícím tlaku v systému.

Rigidním systémem je například zmíněná skleněná láhev. Schopnost akumulace objemu takovéto láhve je dána pouze stlačitelností plynu uvnitř láhve. Proto lze akustickou poddajnost skleněné láhve spočítat z jejího objemu. Naproti tomu poddajnost plic je způsobena zejména schopností plic zvětšovat svůj objem se vzrůstajícím tlakem, nikoliv stlačitelností plynu v plicích. Plíce mají díky této schopnosti se roztahovat mnohem větší poddajnost, než odpovídá jejich klidovému objemu. Protože teoreticky určit, jak plíce budou reagovat na změnu tlaku je nemožné, zbývá pro určení poddajnosti plic jen jediná metoda, a to experimentální určení měřením.

V následujících odstavcích se budeme zabývat popisy rigidních akustických prvků. Prvky akustický inertor m_a, akustický elastor c_a a akustický odpor r_a spočítáme podle následujících rovnic:

$$m_a = \frac{\rho_0 \, l}{S}, \qquad [\mathrm{kPa.s^2.l^{-1}; kg.m^{-3}, m, m^{-2}}] \qquad (4.1)$$

$$c_a = \frac{V}{\rho_0 c_0^2}, \qquad [\mathrm{l.kPa^{-1}; m^3, kg.m^{-3}, m.s^{-1}}] \qquad (4.2)$$

$$r_a = \frac{8\mu l}{\pi R_t^4}, \qquad [\mathrm{kPa.s.l^{-1}; N.s.m^{-2}, m, m}] \qquad (4.3)$$

kde ρ_0 je hustota vzduchu, l je délka, S je plocha průřezu, V je objem, c_0 je rychlost šíření, μ je dynamická viskozita vzduchu a R_t je poloměr.

Speciálně v případě výpočtu akustické poddajnosti je nutné rozlišovat, zda se při kompresi plynu v elastoru jedná o izotermický děj (tj. změna tlaku probíhá velmi pomalu a plyn je schopen si vyměňovat teplo s okolím dostatečně rychle na to, aby teplota plynu byla konstantní), o děj adiabatický (změny tlaku jsou dostatečně rychlé, tj. nedochází k významné výměně tepla s okolím), či o stav přechodný. Uvedená rovnice (4.2) pro výpočet akustické poddajnosti platí pro izotermický děj. Obecně lze pro akustickou poddajnost použít vztah:

$$c_a = \frac{V}{n\,P_0}, \qquad [\mathrm{l.kPa^{-1}; m^3, -, kPa}] \qquad (4.4)$$

kde n je konstanta, která popisuje typ děje ve sledovaném objemu a P_0 je střední tlak v systému, většinou tedy tlak atmosférický. Hodnota konstanty n je rovna jedné pro izotermický děj, hodnotě adiabatické konstanty κ pro adiabatický děj ($\kappa \cong 7/5$), nebo hodnotě mezi 1 a κ pro děj, který nesplňuje ani podmínky děje izotermického, ani adiabatického. Takový děj nazýváme polytropický.

Fyzikální konstanty použitelné pro uvedené vztahy jsou:

hustota vzduchu:	ρ_0 = 1,293 kg.m^{-3}
dynamická viskozita vzduchu:	μ = 1,84.10^{-5} N.s.m^2
rychlost šíření zvuku ve vzduchu:	c_0 = 340 m.s^{-1}

4.2 Přístroje a pomůcky

PC se zvukovou kartou a softwarem Oscillometer	1
Mikrofon	1
Skleněná láhev	1
Pomůcky na měření délek a objemů (sada)	1
Ventilátor VEOLAR	1
Model plic	1

4.3 Postup měření

Podrobný postup měření pro experiment s láhví, měření na ventilátoru Veolar a pro kontrolu jednotek je uveden ve skriptech [Praktika 4] na str. 56-59.

4.4 Vybrané otázky k dané problematice

1. Jaká veličina odpovídá akustickému tlaku podle elektroakustické analogie?
2. Z jakých parametrů se počítají akustické součástky, které popisují soustavu?
3. Jaká je rychlost šíření zvuku ve vzduchu za standardních podmínek?

4.5 Literatura

[1] Škvor, Z.: Akustika a elektroakustika. 1. vyd. Praha: Academia, 2001. 527 s. ISBN 80-200-0461-0.

[2] Rožánek, M. Vliv pulmonální perfúze na umělou plicní ventilaci: diplomová práce. Praha: ČVUT Fakulta elektrotechnická, 2002. 66s.