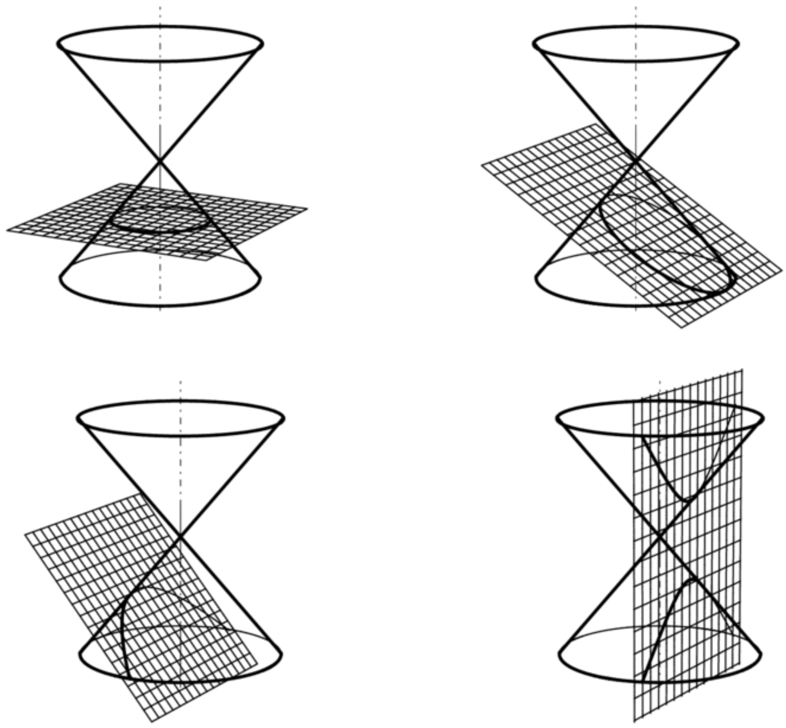
Kuželosečky

Kuželosečky (kružnice, elipsa, parabola a hyperbola) jsou rovinné křivky. Lze je zavést několika způsoby. Jednou z možností je jako průnik kuželové plochy s rovinou. Průnikem může být (kromě bodu, přímky, či dvojice přímek) buď kružnice, elipsa, parabola nebo hyperbola, viz následující obrázky. Odtud také název kuželosečky.



Druhou možností je **popis kuželoseček pomocí rovnic**. V kartézské souřadnicové soustavě budeme uvažovat pouze kuželosečky, které mají osu rovnoběžnou s osou x nebo osou y. Takové kuželosečky lze popsat rovnicí

$$Ax^2+By^2+Cx+Dy+E=0 \text{ ,}$$

kde A, B, C, D, E jsou reálné konstanty.

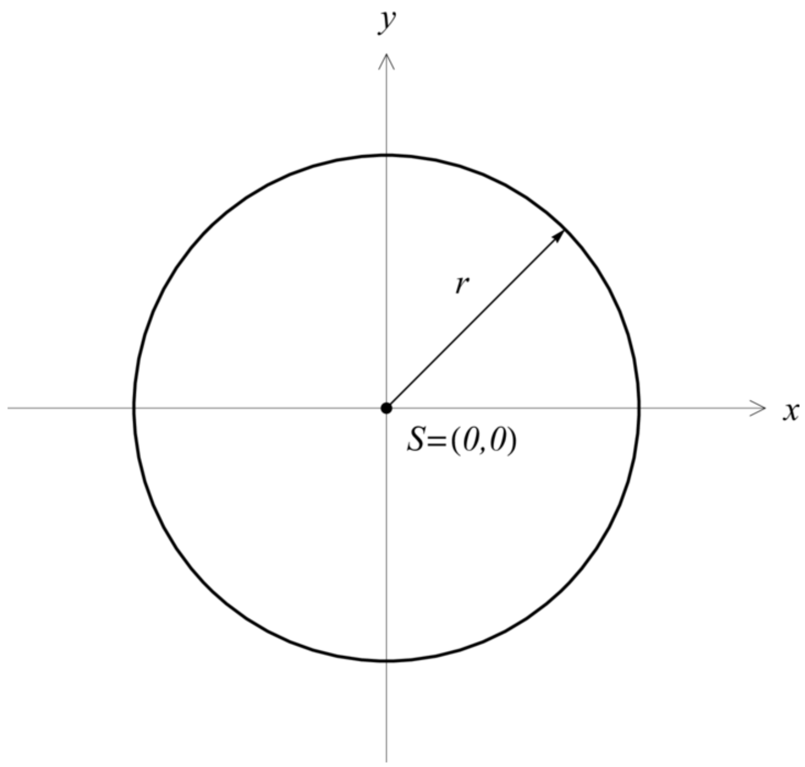
Podle konstant A, B, C, D, E lze určit, jakou kuželosečku rovnice představuje, a tuto kuželosečku nakreslit. Zde je vhodné připomenout základní poznatek, že na dané kuželosečce leží právě ty body, které vyhovují její rovnici.

Níže bude uvedena vždy nejprve rovnice kuželosečky, kdy střed, resp. vrchol je umístěn do počátku. Ta bude také znázorněna na obrázku. Následně pak bude uvedena rovnice, kdy kuželosečka je posunuta tak, že střed, resp. vrchol je posunut do bodu (x_0,y_0). Při určování tohoto posunutí obvykle využíváme tzv. doplnění na čtverec.

Rovnice kružnice

Kružnice se středem v počátku a poloměrem $r>0$ je popsána rovnicí

$$x^2+y^2=r^2 ,$$



Kružnice se středem $S=(x_0,y_0)$ a poloměrem $r>0$ je popsána rovnicí

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2 .$$

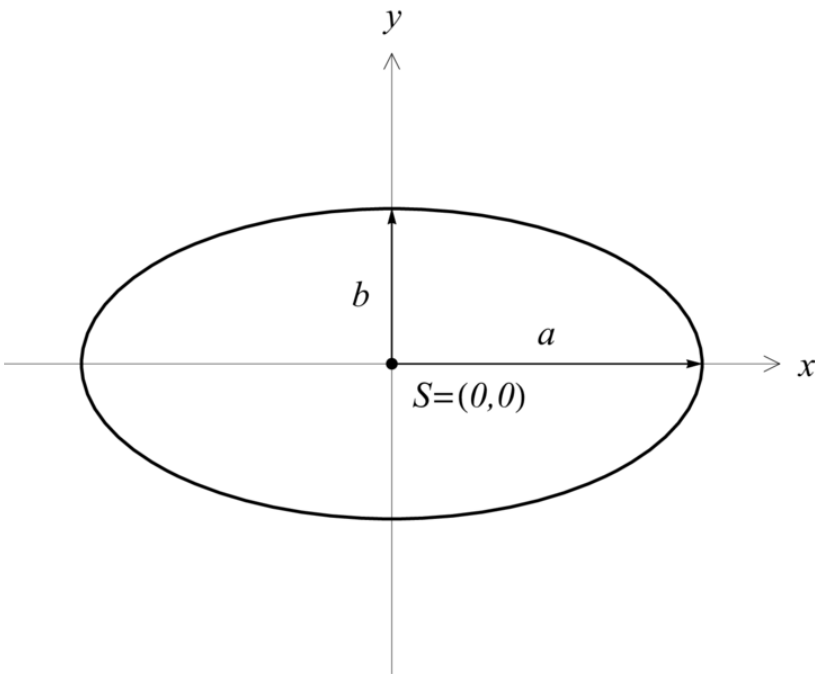
Pokud je $Ax^2+By^2+Cx+Dy+E=0$ rovnicí kružnice, pak platí, že $A=B\neq 0$.

Výraz $\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}$ odpovídá eukleidovské vzdálenosti bodu $X=(x,y)$ a $S=(x_0,y_0)$. Body ležící na kružnici jsou tedy právě body o souřadnicích (x,y), které jsou vzdáleny od středu kružnice S o definovanou vzdálenost.

Rovnice elipsy

Elipsa se středem v počátku a poloosami $a>0$, $b>0$, $a\neq b$, je popsána rovnicí

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$



Elipsa se středem $S=(x_0,y_0)$ a poloosami $a>0$, $b>0$, $a\neq b$, je popsána rovnicí

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2}+\frac{(y-y_0)^2}{b^2}=1$$

Je-li $Ax^2+By^2+Cx+Dy+E=0$ rovnicí elipsy, je nutně $A,\ B\neq 0$, $A\neq B$ a čísla A a B mají stejná znaménka.

Rovnice paraboly

Parabola s vrcholem v počátku a osou totožnou s osou y je popsána rovnicí

$$y=ax^2\ ,\ a\neq 0\ .$$

Parabola s vrcholem $V=(x_0,y_0)$ a osou rovnoběžnou s osou y je popsána rovnicí

$$y-y_0=a(x-x_0)^2\ ,\ a\neq 0\ .$$

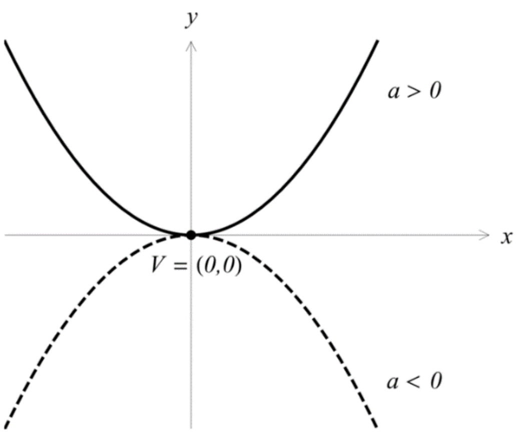
Parabola s vrcholem v počátku a osou totožnou s osou x je popsána rovnicí

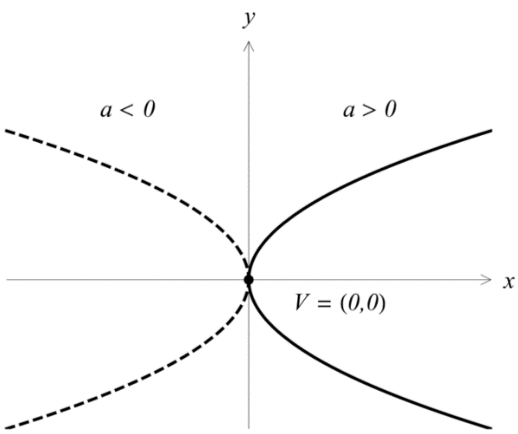
$$x=ay^2\ ,\ a\neq 0\ .$$

Parabola s vrcholem $V=(x_0,y_0)$ a osou rovnoběžnou s osou x je popsána rovnicí

$$x-x_0=a(y-y_0)^2\ ,\ a\neq 0\ .$$

Znaménko čísla a rozhoduje v obou případech o orientaci paraboly, jak je patrné z následujících obrázků.





Je-li $Ax^2+By^2+Cx+Dy+E=0$ rovnicí paraboly, je nutně jedno z čísel A nebo B rovno 0 a druhé nenulové. Je-li $A=0$ a $B\neq 0$, je osa paraboly rovnoběžná s osou x, je-li $B=0$ a $A\neq 0$, je osa paraboly rovnoběžná s osou y.

Pro případ paraboly byla vytvořena aplikace, která umožňuje zadat 3 body o souřadnicích *(x,y)*, kterými parabola prochází. Následně je parabola vykreslena. Dále je možné získat analytický předpis pro danou parabolu. Pokud si vypočítáme průsečíky s osou x, pak je možné tyto hodnoty zkontrolovat.

Rovnice hyperboly

Hyperbola se středem v počátku a poloosami $a>0$, $b>0$ a hlavní osou (tj. přímkou procházející jejími vrcholy) totožnou s osou x je popsána rovnicí

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

Hyperbola se středem $S=(x_0,y_0)$ a poloosami $a>0$, $b>0$ a hlavní osou rovnoběžnou s osou x je popsána rovnicí

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2}-\frac{(y-y_0)^2}{b^2}=1$$

Hyperbola se středem v počátku a poloosami $a>0$, $b>0$ a hlavní osou totožnou s osou y je popsána rovnicí

$$\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$$

Hyperbola se středem $S=(x_0,y_0)$ a poloosami $a>0$, $b>0$ a hlavní osou rovnoběžnou s osou y je popsána rovnicí

$$\frac{(y-y_0)^2}{b^2}-\frac{(x-x_0)^2}{a^2}=1$$

Je-li $Ax^2+By^2+Cx+Dy+E=0$ rovnicí hyperboly, je nutně $A,\ B\neq 0$ a čísla A a B mají různá znaménka.