

Inovace výuky matematických předmětů s využitím vizualizace ve vztahu k aplikacím biomedicínského inženýrství

PPSŘ 2022 – VS ČVUT IP 2022

RNDr. Eva Feuerstein, Ph.D.

Cíle

- **zvýšit názornost** matematického řešení daného reálného problému,
- možnost **posoudit vhodnost** postupu,
- možnost **posoudit přibližnost** výpočtů a dostatečnou **přesnost**,
- **vytvoření interaktivních vizualizací**, které umožní měnit v definovaných mezích jednotlivé parametry řešené úlohy a hodnotit výše uvedené,
- **přispět k lepšímu pochopení** i správné **interpretaci** výsledků ve statistice,
- **využití výstupů** projektu ve výuce a při samostudiu.

Popis

- **konsolidace týmu** - poučení a zaškolení z hlediska cílů projektu, podíl na řešení (RNDr. Eva Feuerstein, Ph.D.),
- **školení** ve společnosti HUMUSOFT na produkt App Designer, který umožňuje v Matlabu vytvářet interaktivní vizualizace, tj. grafickou nadstavbu nad vlastním kódem 4 akademičtí pracovníci a 6 studentů),
- **vlastní návrh a tvorba** jednak reálných příkladů z praxe biomedicínského inženýrství a dále tvorba grafických interaktivních nadstaveb v App Designeru v Matlabu (využití aparátu lineární algebry, diferenciálního počtu, integrálního počtu, numerické matematiky a statistiky/prevděpodobnosti),
- **v ZS2223 proběhlo pilotní** ověření dílčích vytvořených výstupů (pouze Lineární algebra a diferenciální počet, tento předmět se jediný učí v ZS, ostatní se učí v LS), na začátku semestru byli studenti instruováni, co se změnilo v průběhu a byla realizována anketa před, tj. na začátku před použitím a anketa po,
- v souvislosti s těmito etapami bylo třeba zajistit, aby tvůrci měli vhodné podmínky, tj. **realizoval se nákup** pěti tabletů do dvou učeben a pro tři vyučující, nákup licencí SW Mathtype,
- na konci října však **došlo k vážnému onemocnění** paní RNDr. Evy Feuerstein, Ph.D. (cévní mozková příhoda) a proto muselo dojít k zastoupení zejména ve výuce, ale i v projektu, kde však to bylo pouze částečné.

Realizace

Etapa (číslo)	Obsah etapy, činnosti	Zahájení	Ukončení
1	konsolidace projektového týmu, nábor a výběr studentů - členů projektového týmu, seznámení s cíli a náplní projektu, vysvětlení metodiky, ukázka konkrétní realizace využití pilotní aplikace	01.02.2022	28.02.2022
2	školení projektového týmu na využití App Designeru v rámci Matlabu pro vytváření interaktivních vizualizací, popř. animací	01.07.2022	31.08.2022
3	příprava a realizace reálných příkladů z oblasti biomedicínského inženýrství a k tomu odpovídajících vizualizací, resp. animací, příprava www stránky relevantních předmětů s volně dostupnými aplikacemi a jejich stručným popisem	01.03.2022	15.12.2022
4	realizace miniankety pro studenty před zavedením vizualizací, vlastní výuka s využitím animací, či animací a to jak během cvičení, tak i přednášek s využitím tabletů, realizace miniankety po realizaci výuky, předpokládá se cca polovina semestru pro pilotní ověření, tj. 7 týdnů trvání (pouze v předmětu Lineární algebra a diferenciální počet, ostatní předměty jsou vyučovány v LS a výstupy budou využity v LS2223 v Integrovaném počtu a ve Statistice)	19.09.2022	15.12.2022

Výstupy - indikátory

INDIKÁTORY (měřitelné výstupy projektu kvantitativní nebo kvalitativní povahy)			
Vyberte mx. 3 indikátory z následující nabídky (vybrané zvýrazněte, event. odstraňte nevybrané a doplňte cílové hodnoty)	Výchozí hodnota	Cílová hodnota	
1. podklady pro přednášky/semináře/cvičení v CZ/EN (včetně elektronických)	0	21, nově 22	pro 3 předměty
5. vzdělávací/ inovativní opory pro zefektivnění a inovaci různých forem výuky (audio/video nahrávky, VR/AR apod.) nad rámec pracovní náplně, v CZ/ EN	0	21, nově 22	vlastní vizualizace, či animace
9. proškolení pedagogů	0%	3, nově 4	App Designer Matlab

Výstupy – aplikace v Matlab App Designer

Lineární algebra a diferenciální počet

Gaussova eliminační metoda pro řešení soustavy rovnic
Tvorba inverzní matice pomocí Gaussovy eliminační metody
Zobrazení řezu funkcí
Gaussův eliminační kalkulátor
Vykreslovač přímk
Aplikace LUT na obrazová data
Signálový prohlížeč
Parabola – vykreslovač libovolné paraboly (kuželosečky)
Tečna ke grafu funkce s výpočtem hodnoty derivace

Integrovní počet

Monte-Carlo metoda – integrál
Numerická integrace – metody (4 metody/pravidla)
Vizualizace plochy pod křivkou
Skládání složek signálu ve Fourierově transformaci a posun fáze
Iterativní rekonstrukce CT
Simulátor třífázové sítě

Statistika (pravděpodobnost)

Explorační analýza dat
Korelace
Limity shody
Narozeninový problém (pravděpodobnost)
Histogram jako nástroj pro vizualizaci distribuce
Velikost vzorku a náhoda
Zobrazování dat: stejná data, 4 typy grafů

Výstupy - Lineární algebra a diferenciální počet

MATLAB App

Gaussova eliminace soustavy rovnic s jedním řešením

Zápis: **Rovnicemi**

možnosti: **Vlastní**

X1+ X2+ X3 =

X1+ X2+ X3 =

X1+ X2+ X3 =

vypočti

výsledek:

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

Pro X:

X1:

X2:

X3:

Výstupy - Lineární algebra a diferenciální počet

MATLAB App

Tvorba inverzní matice pomocí Gaussovy eliminace

Předvolba: **Vlastní**

Původní matice

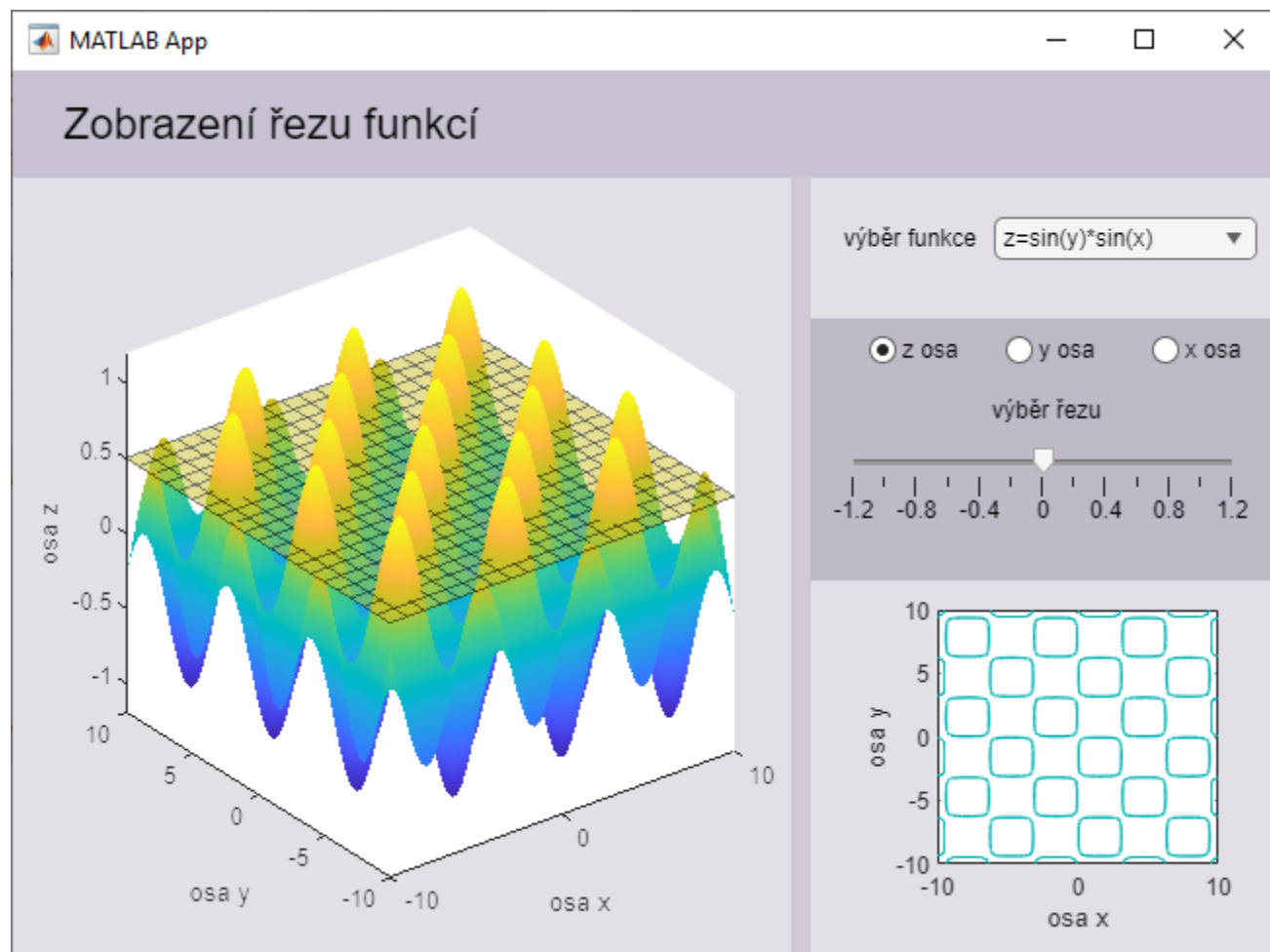
0	0	0
0	0	0
0	0	0

Vypočti

inverzní matice

0	0	0
0	0	0
0	0	0

Výstupy - Lineární algebra a diferenciální počet



Výstupy - Lineární algebra a diferenciální počet

Gaussův eliminační kalkulátor v1.0

File Help

Řešení soustavy lineárních rovnic Gaussovou eliminační metodou

a1	a2	a3
1	2	3
4	5	6
7	8	10

A

x
?
?
?

·x

b
10
11
12

=b

Počet řádků: 3 Počet sloupců: 3

Vyřešit

☐ S postupem

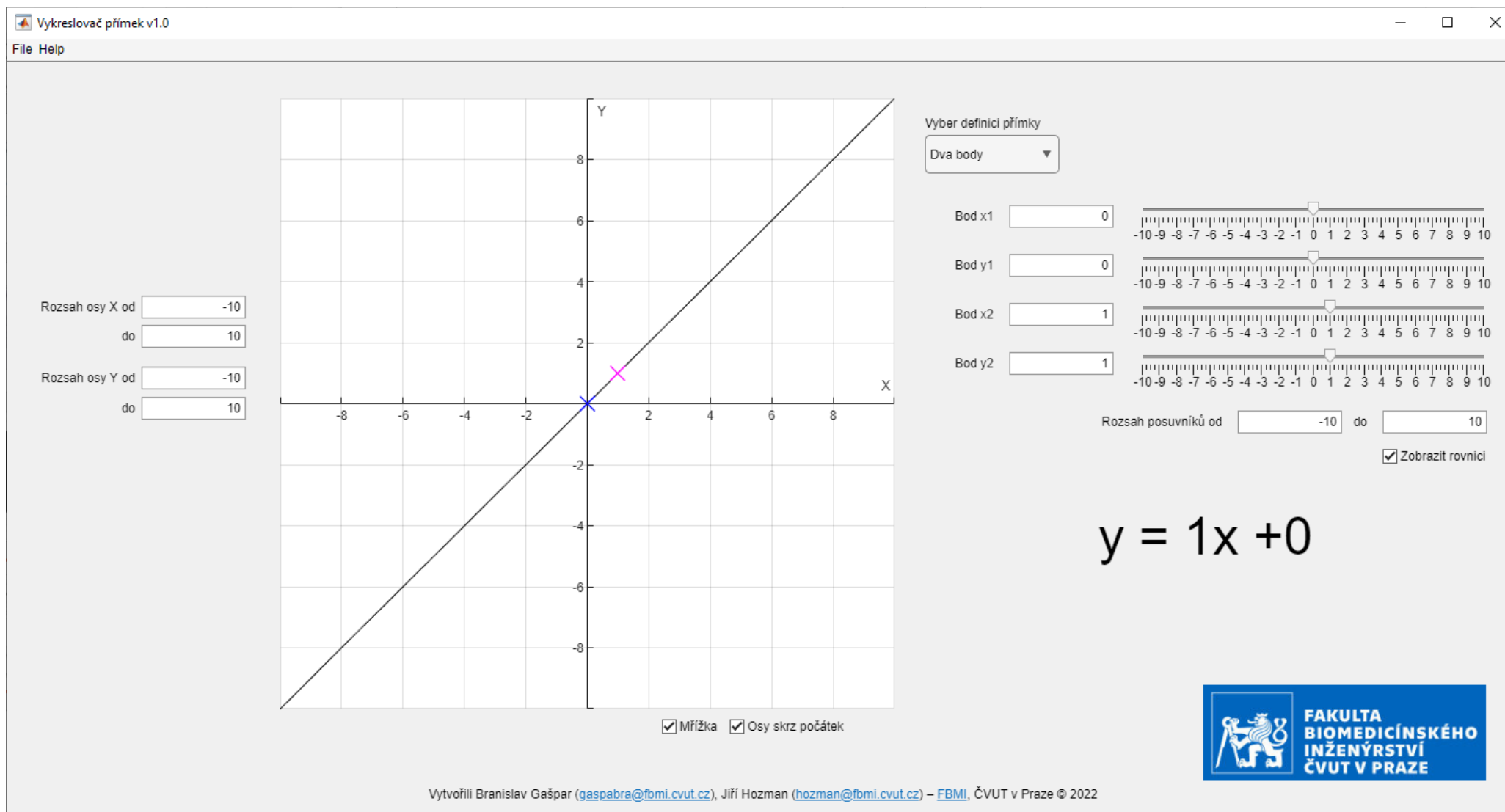
Reset

Další krok

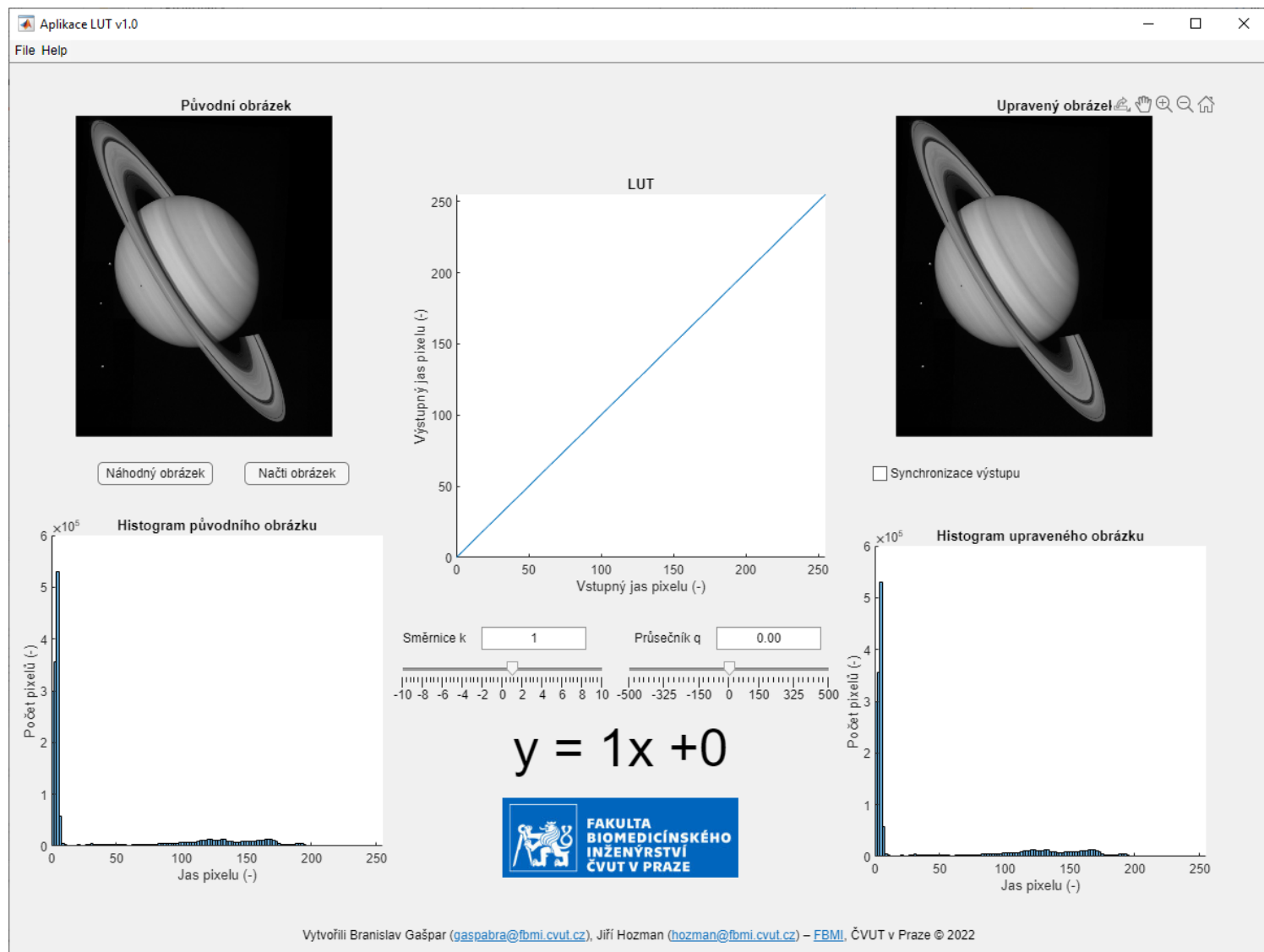
Vytvořili Branislav Gašpar (gaspabra@fbmi.cvut.cz), Jiří Hozman (hozman@fbmi.cvut.cz) – FBMI, ČVUT v Praze © 2022

 FAKULTA BIOMEDICÍNSKÉHO INŽENÝRSTVÍ ČVUT V PRAZE

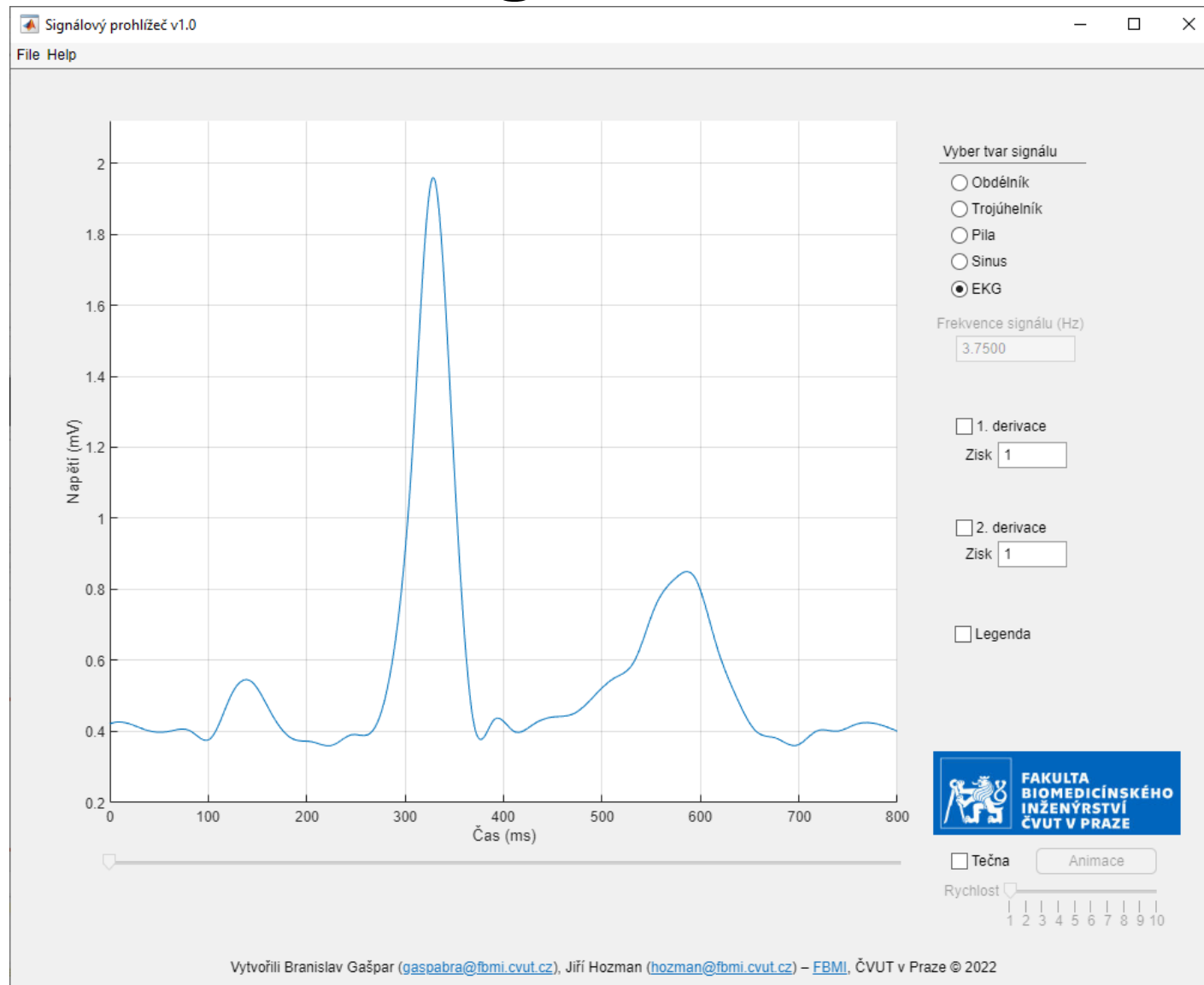
Výstupy - Lineární algebra a diferenciální počet



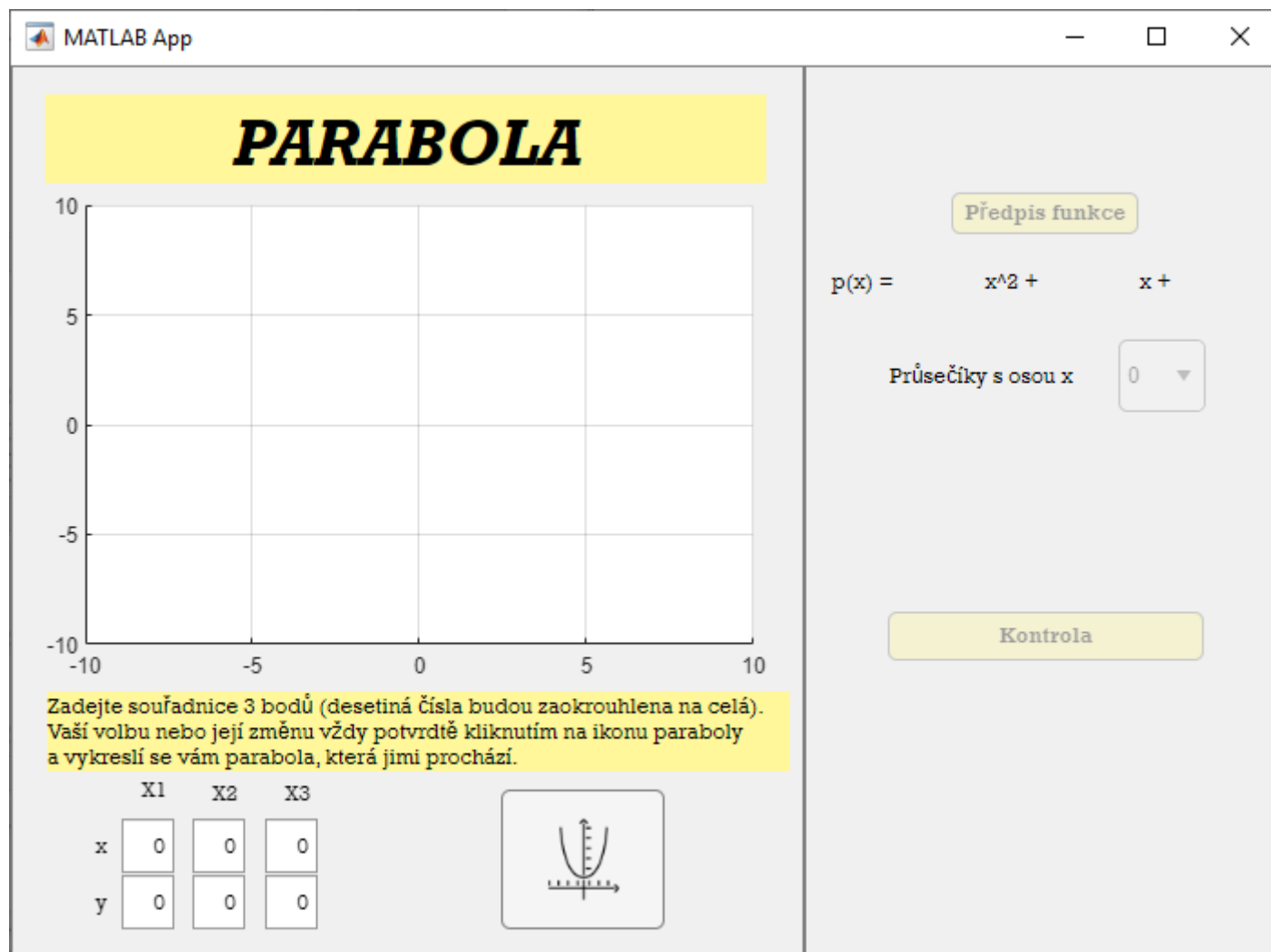
Výstupy - Lineární algebra a diferenciální počet



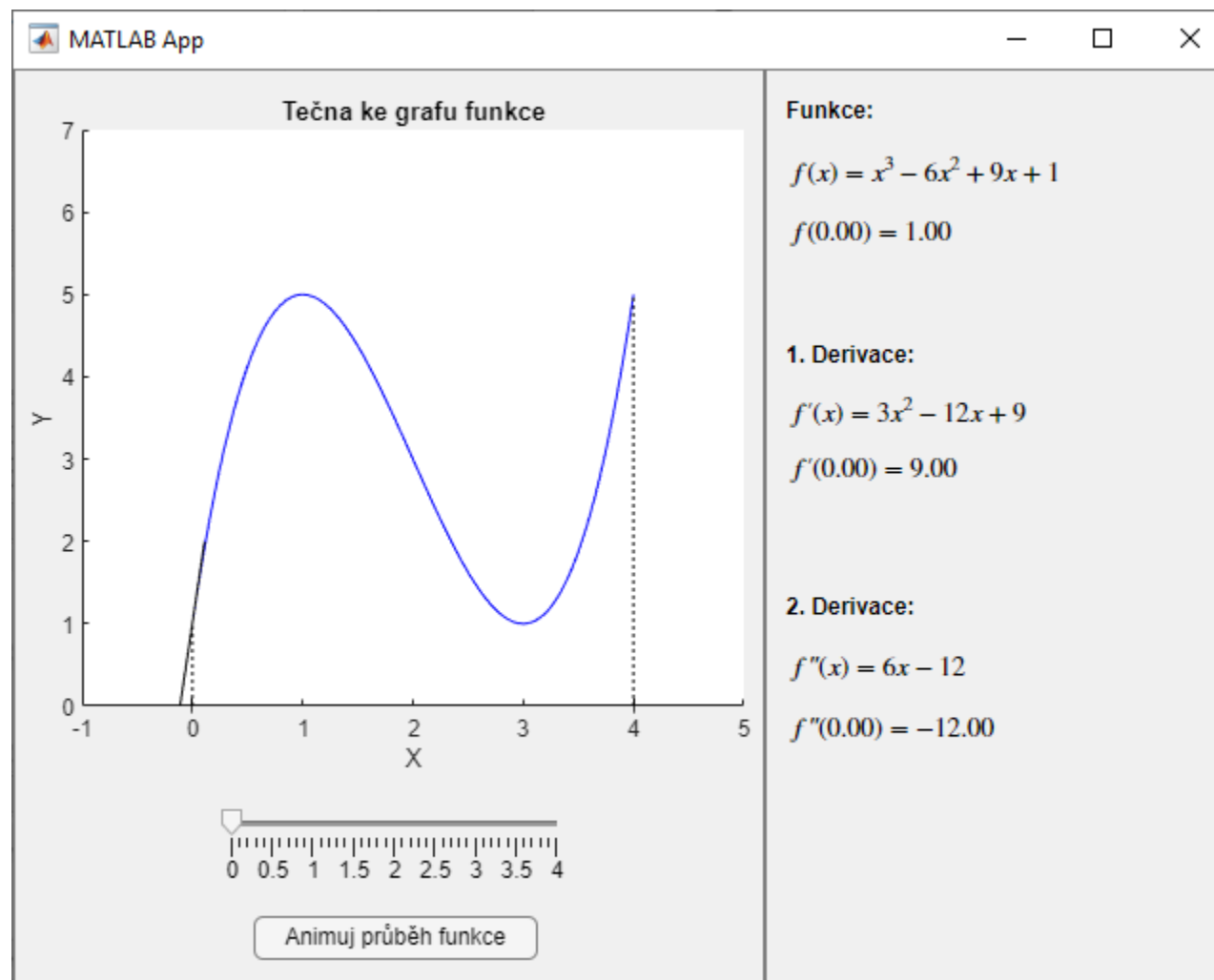
Výstupy - Lineární algebra a diferenciální počet



Výstupy - Lineární algebra a diferenciální počet



Výstupy - Lineární algebra a diferenciální počet

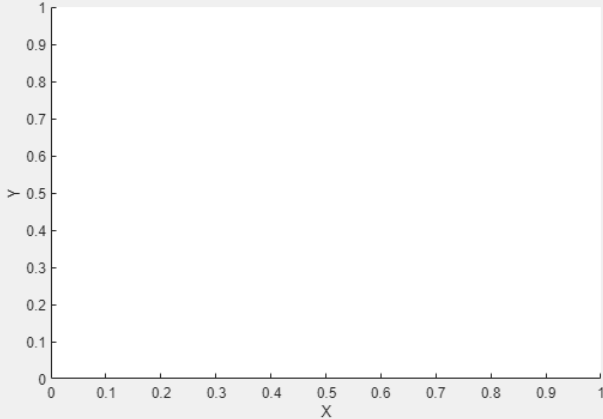


Výstupy – Integrální počet

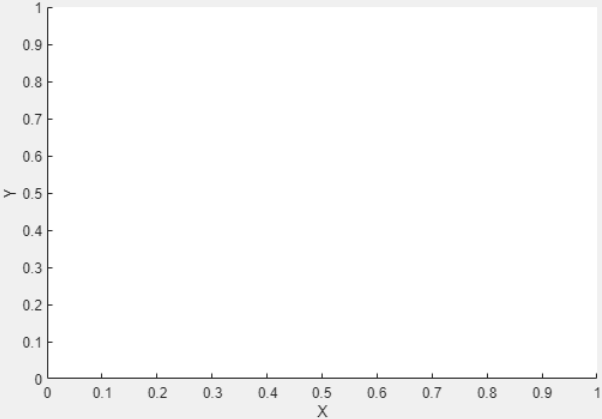
MATLAB App

Monte-Carlo metoda – integrál

Zápis funkce Vykreslení



Graf č. 1: Plocha pod křivkou – integrál



Graf č. 2: Plocha pod křivkou – Monte-Carlo

Minimální hodnota x Násobek maximálních hodnot

Maximální hodnota x Počet bodů P

Výsledný integrál Výpočet

Výsledek Monte-Carlo metody Výpočet

Rozdíl výsledků Výpočet

Vzorec pro výpočet Δx

$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}$$

Použitý vzorec výpočtu plochy

$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f(x) dx$$

Výstupy – Integrální počet

Numerická integrace – metody

Zápis funkce

Výběr metody/pravidla

Minimální hodnota x Hodnota n (přesnost)

Maximální hodnota x Počet bodů P (Monte-Carlo)

Poznámka: Doporučená přesnost pro Monte-Carlo je n=1.4 a pro ostatní nejméně n=4.

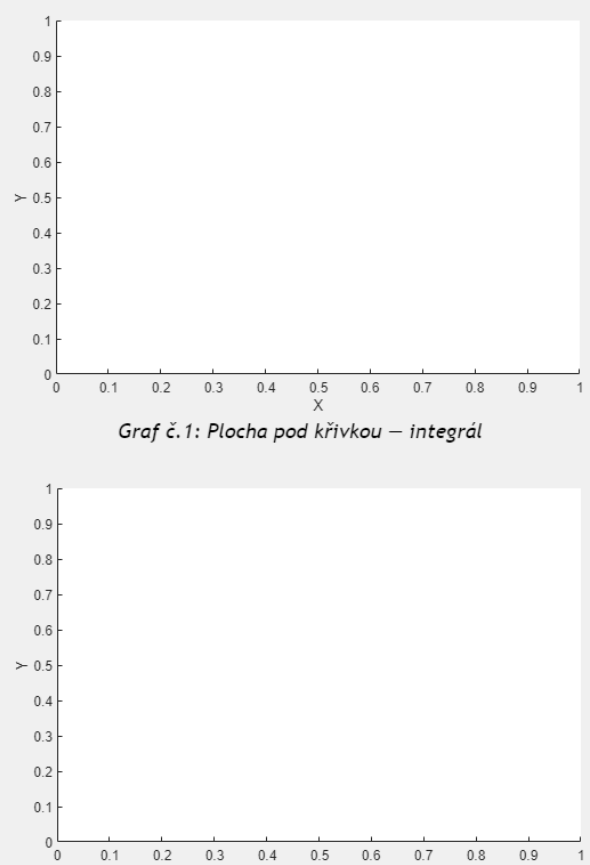
Výsledný integrál

Výsledek numerické integrace

Vzorec pro výpočet Δx

$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}$$

Vzorec výpočtu pro danou metodu

$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f(x) dx$$


Graf č. 1: Plocha pod křivkou – integrál

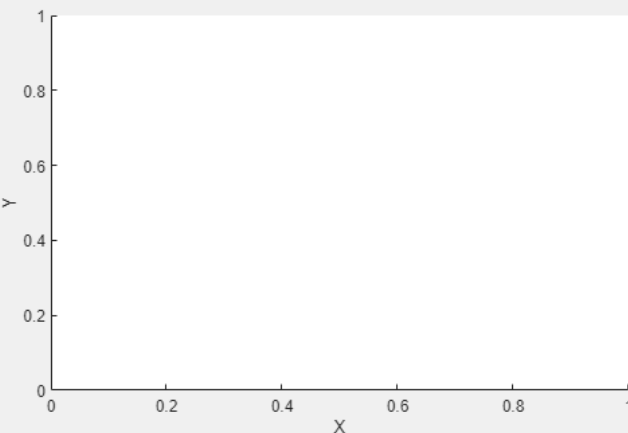
Graf č. 2: Plocha pod křivkou – numerická integrace

Výstupy – Integrální počet

MATLAB App

Vizualizace plochy pod křivkou

Zápis zkoumané funkce Vykreslení



Minimální hodnota x

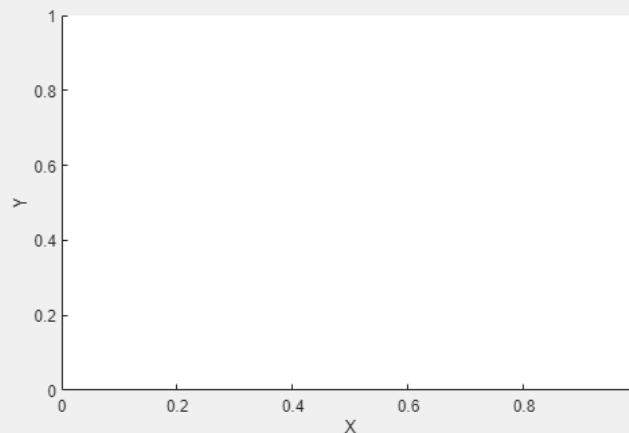
Maximální hodnota x

Počet obdelníků n

Graf č. 1: Plocha pod křivkou — integrál

$$\int_{x_{min}}^{x_{max}} f(x) dx$$

Výsledek integrace Výpočet



Graf č. 2: Přibližná plocha pod křivkou — suma obsahů obdelníků

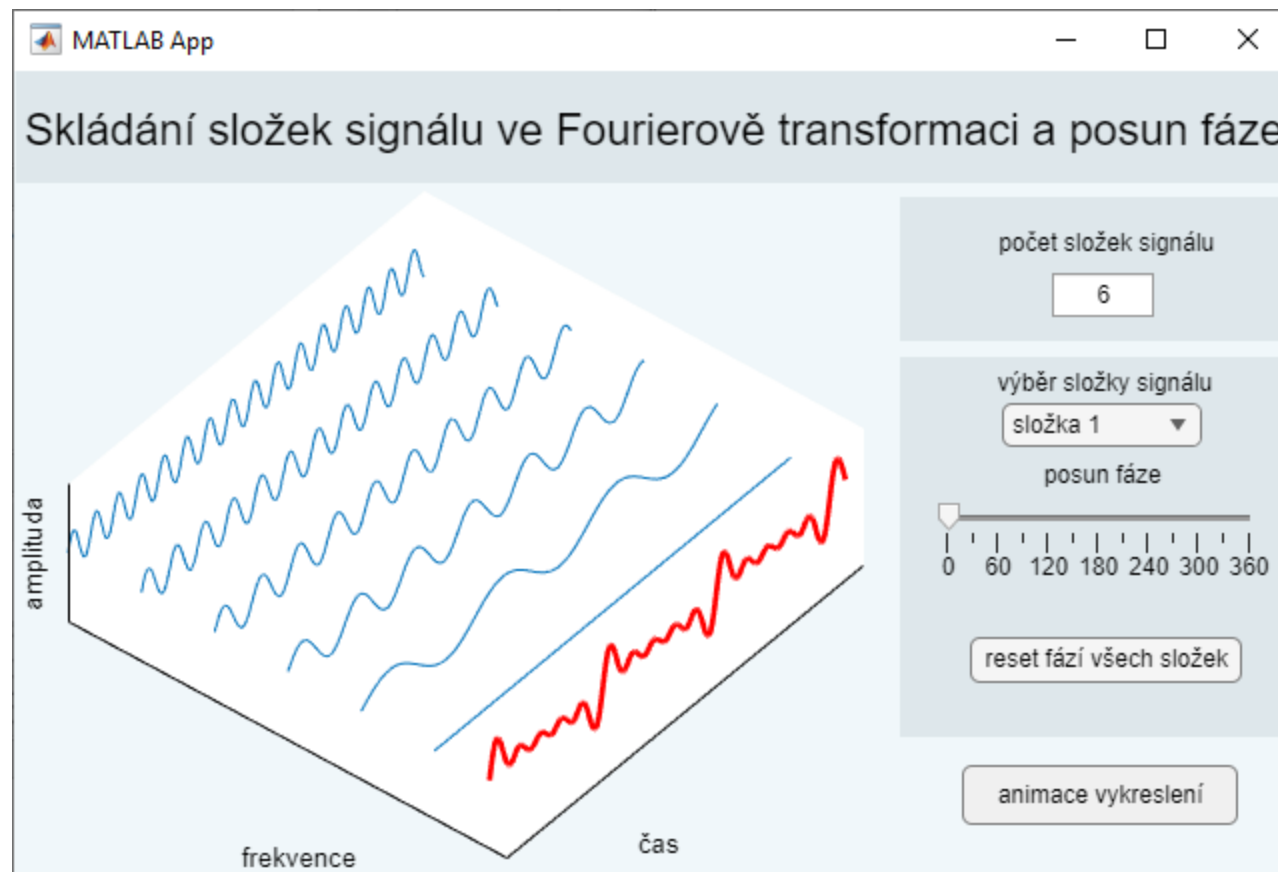
$$\Delta x = \frac{x_{max} - x_{min}}{n}$$
$$\sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x$$

Výsledek sumace Výpočet

Výsledná odchylka metod

Přesná plocha - Přibližná plocha = Spočítat

Výstupy – Integrální počet



Výstupy – Integrální počet

Demo iterativní rekonstrukce CT v1.0

File Help

Korekční faktory

Spočítat
Aplikovat

Naměřené paprskové součty

0

0

500

0

0

Spočítat
Aplikovat

0	50	0	50	0
0	50	0	50	0
0	50	0	50	0
0	50	0	50	0
0	50	0	50	0
0	250	0	250	0

Naměřené paprskové součty

Počet iterací

0

+1 iterace

Reset

$$KF = \frac{PS_{\text{spočtený}} - PS_{\text{naměřený}}}{N_{PS}}$$

KF - korekční faktor
 PS - paprskový součet
 N_{PS} - počet prvků PS

Počet paprskových součtů

5

☐ Rozpustit vertikální projekci

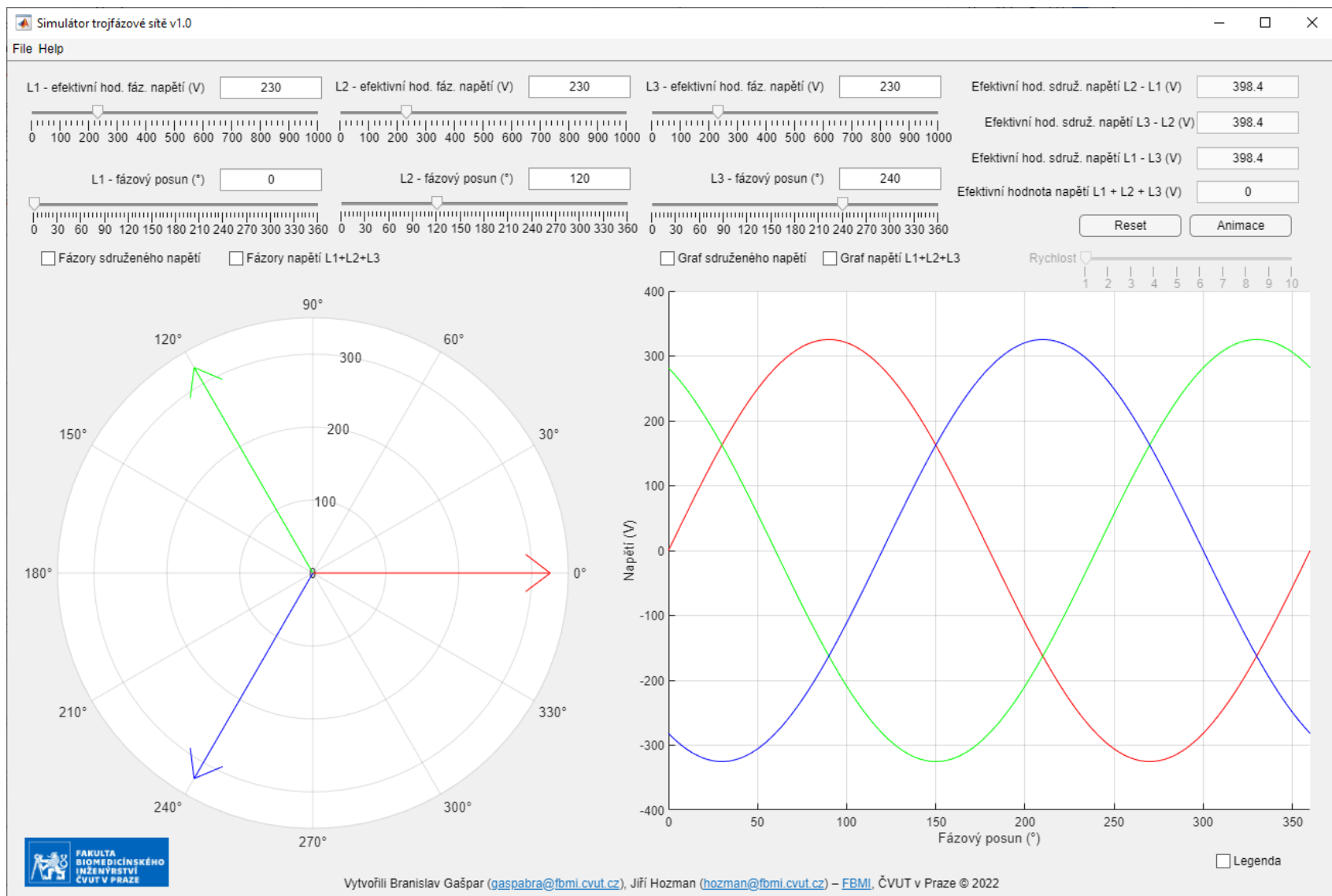
☒ Korekční faktory

Korekční faktory

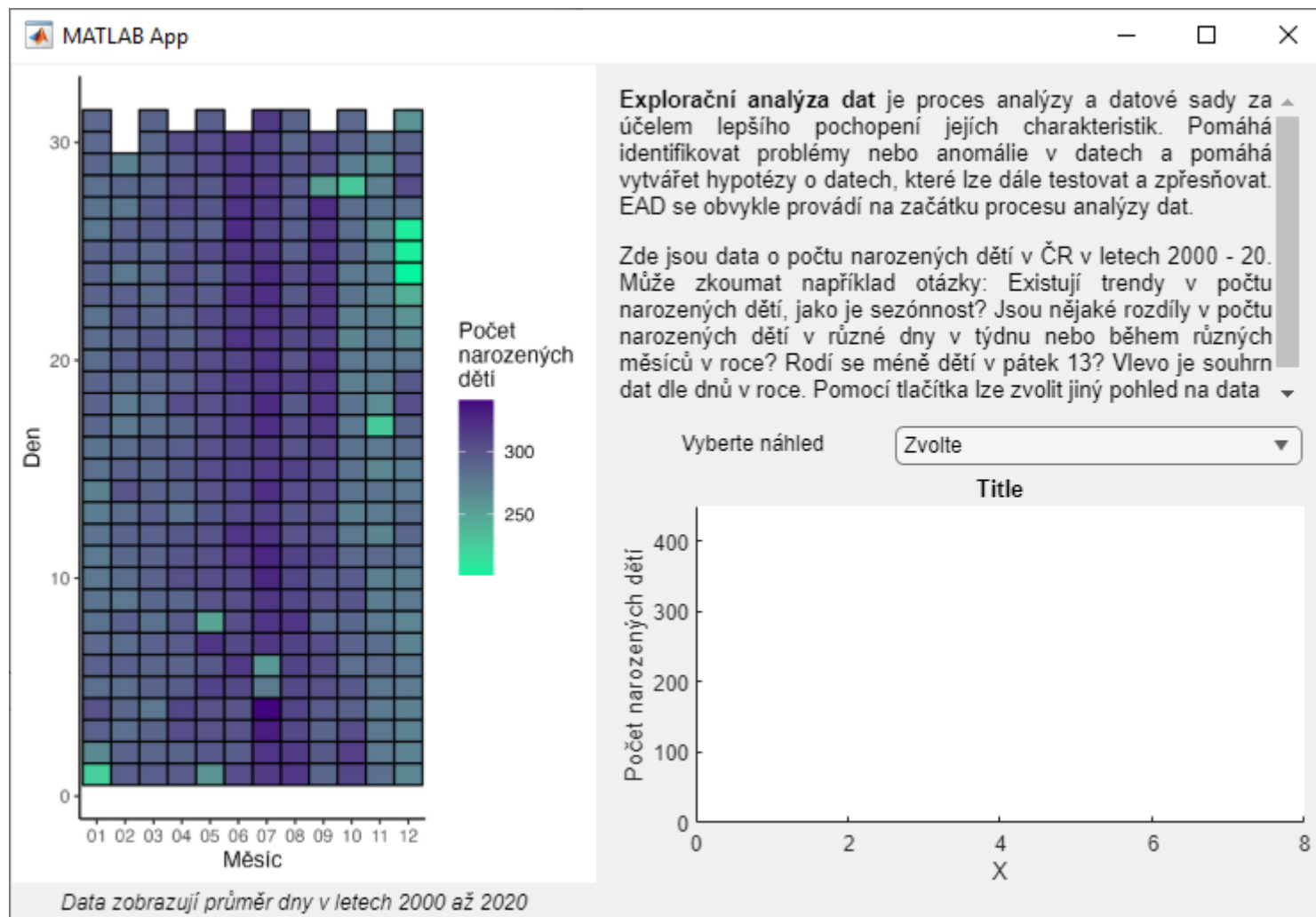
Spočítat
Aplikovat

Vytvořili Branislav Gašpar (gaspabra@fbmi.cvut.cz), Jiří Hozman (hozman@fbmi.cvut.cz) – FBMI, ČVUT v Praze © 2022

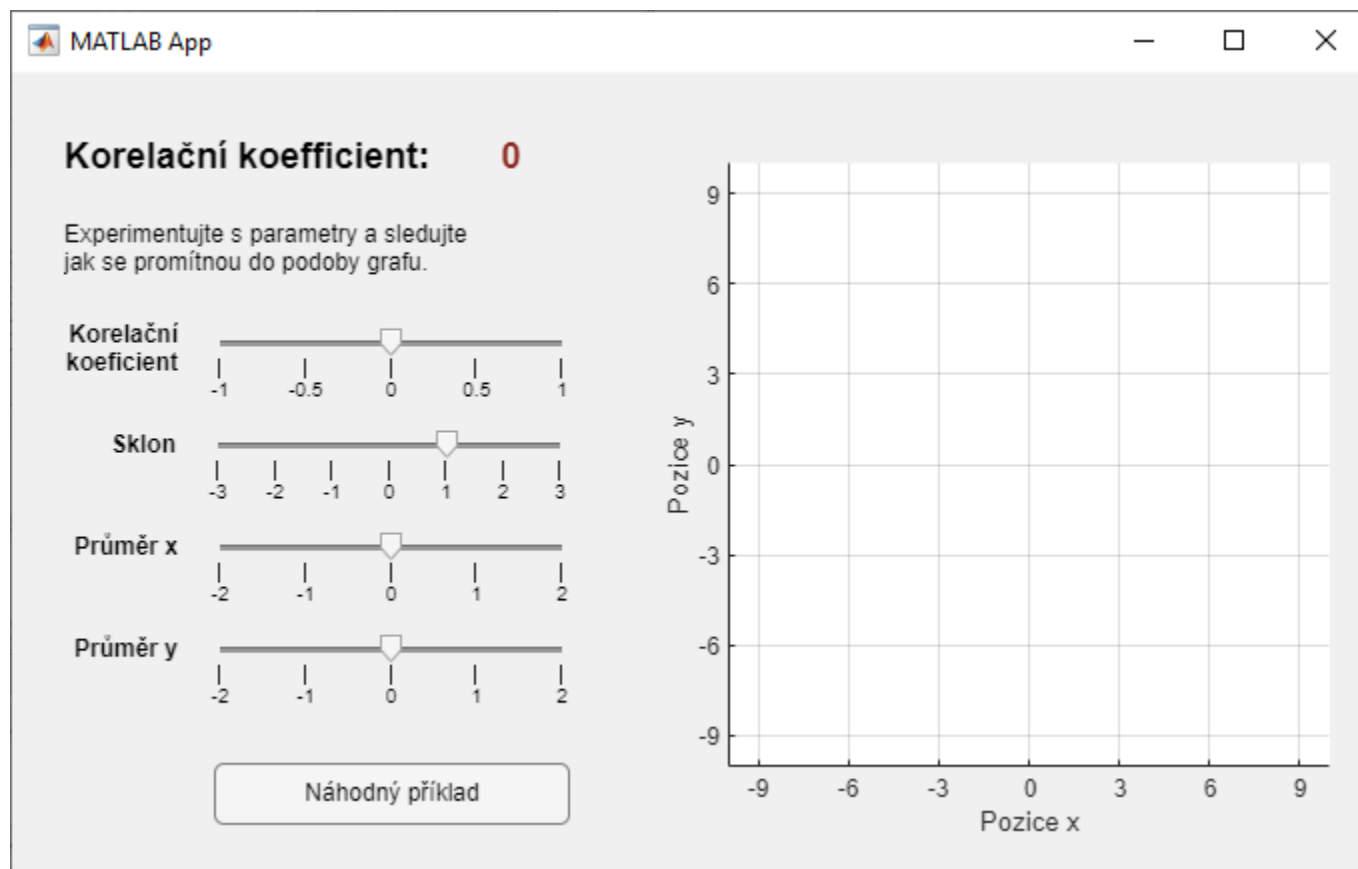
Výstupy – Integrální počet



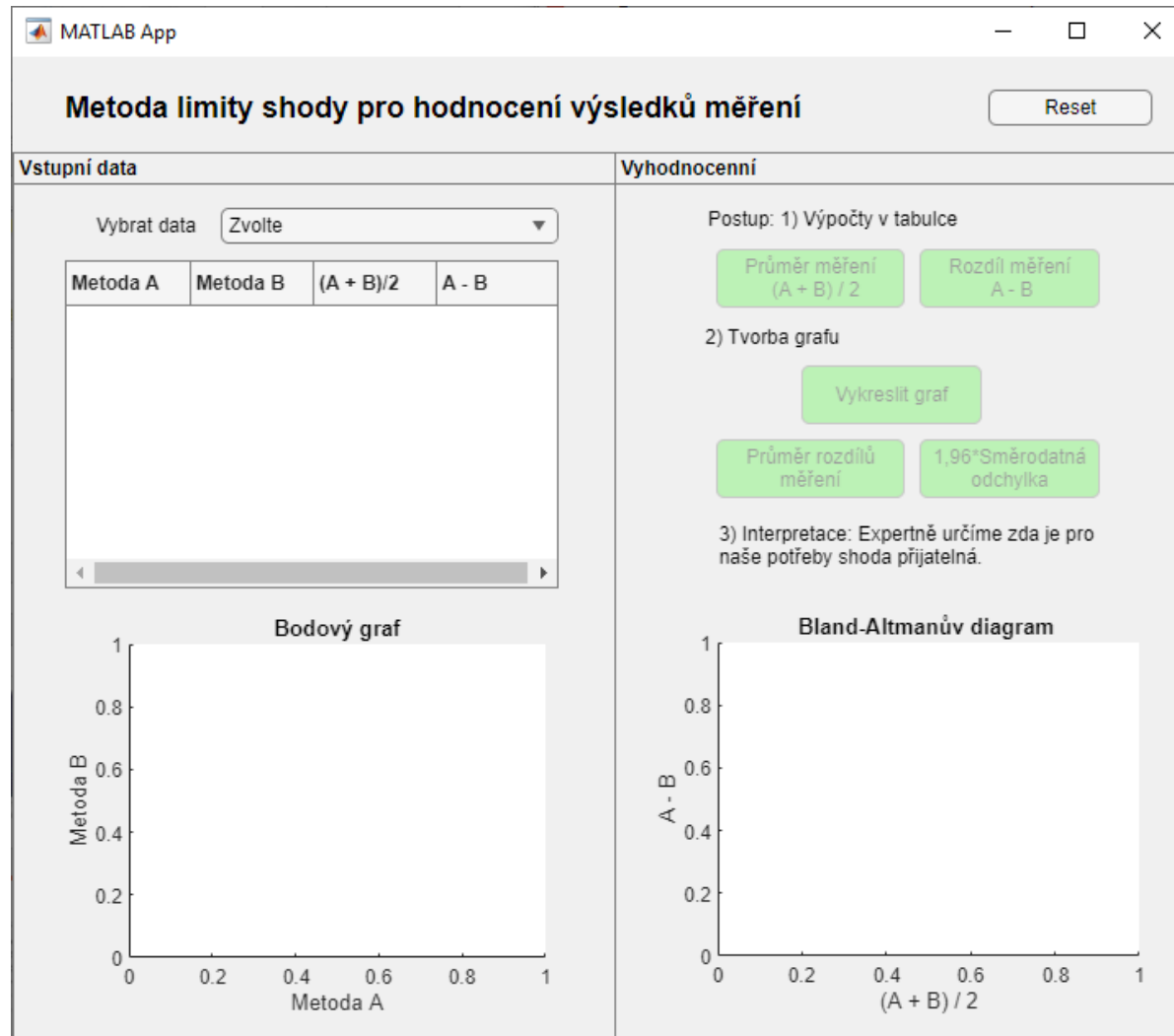
Výstupy - Statistika



Výstupy - Statistika



Výstupy - Statistika



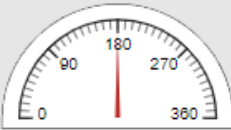
Výstupy – Pravděpodobnost a statistika

MATLAB App

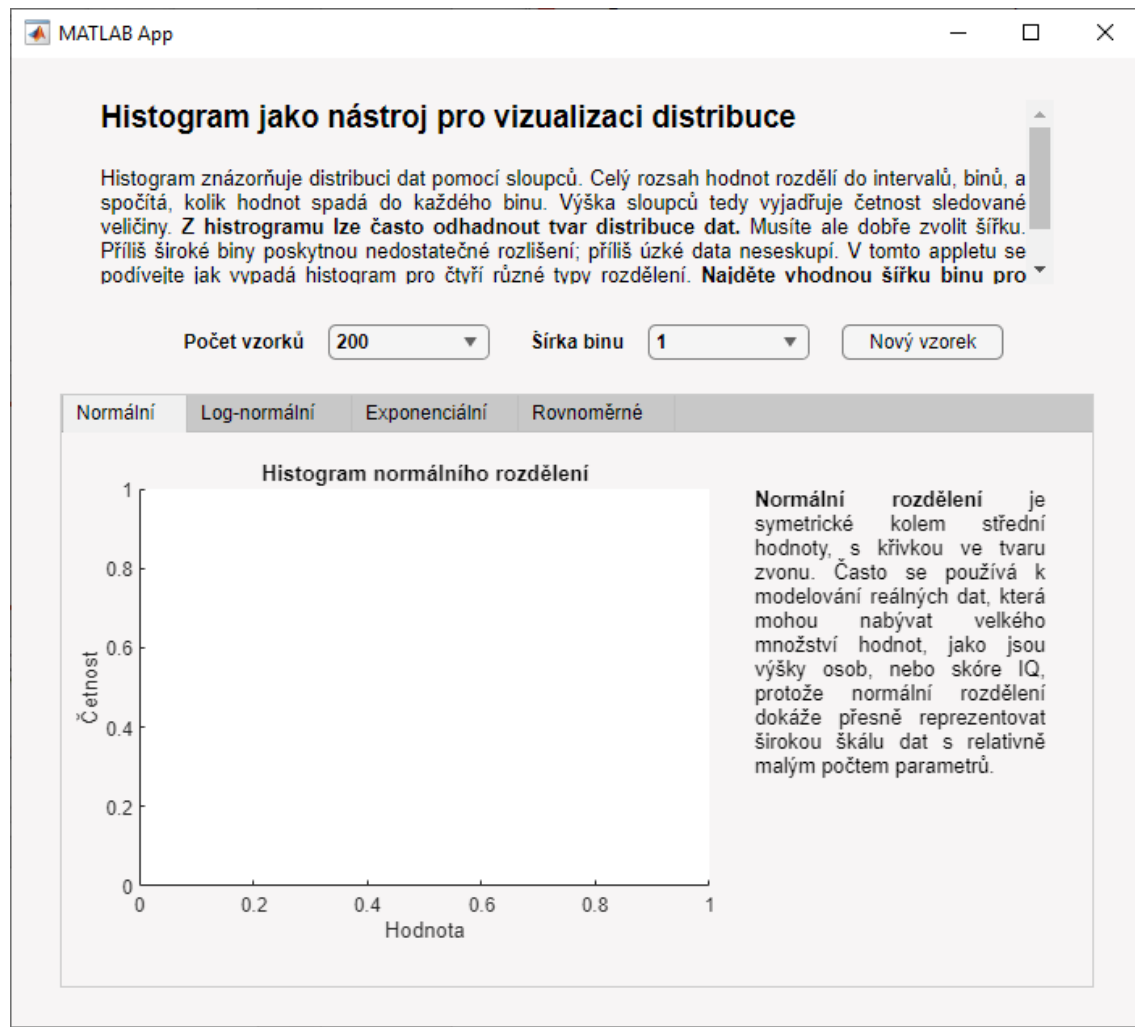
Narozeninový problém: Příklad z oblasti pravděpodobnosti

Kolik osob musí být v místnosti, aby byla 50% šance, že alespoň dva lidé mají narozeniny ve stejný den?

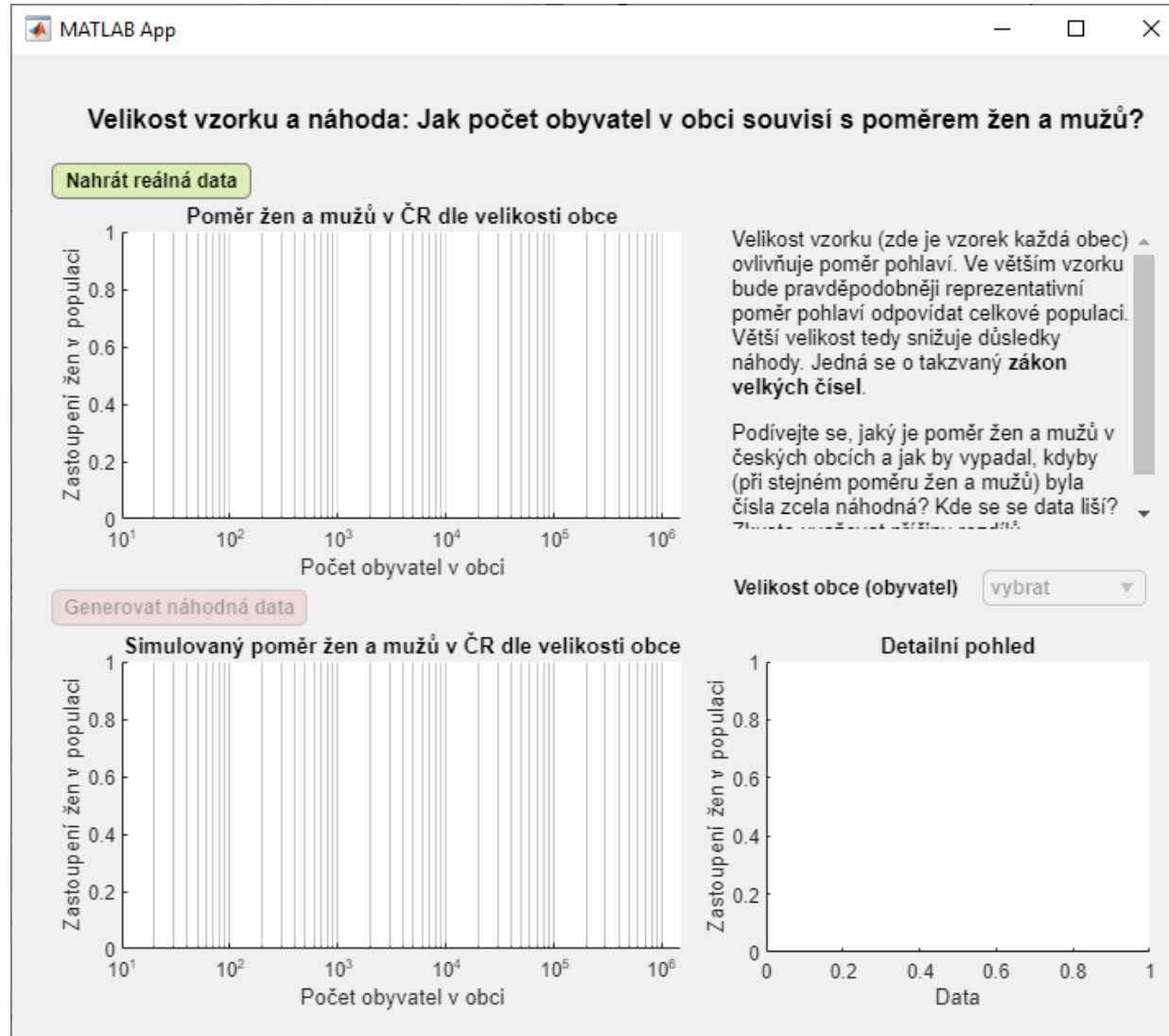
Váš odhad



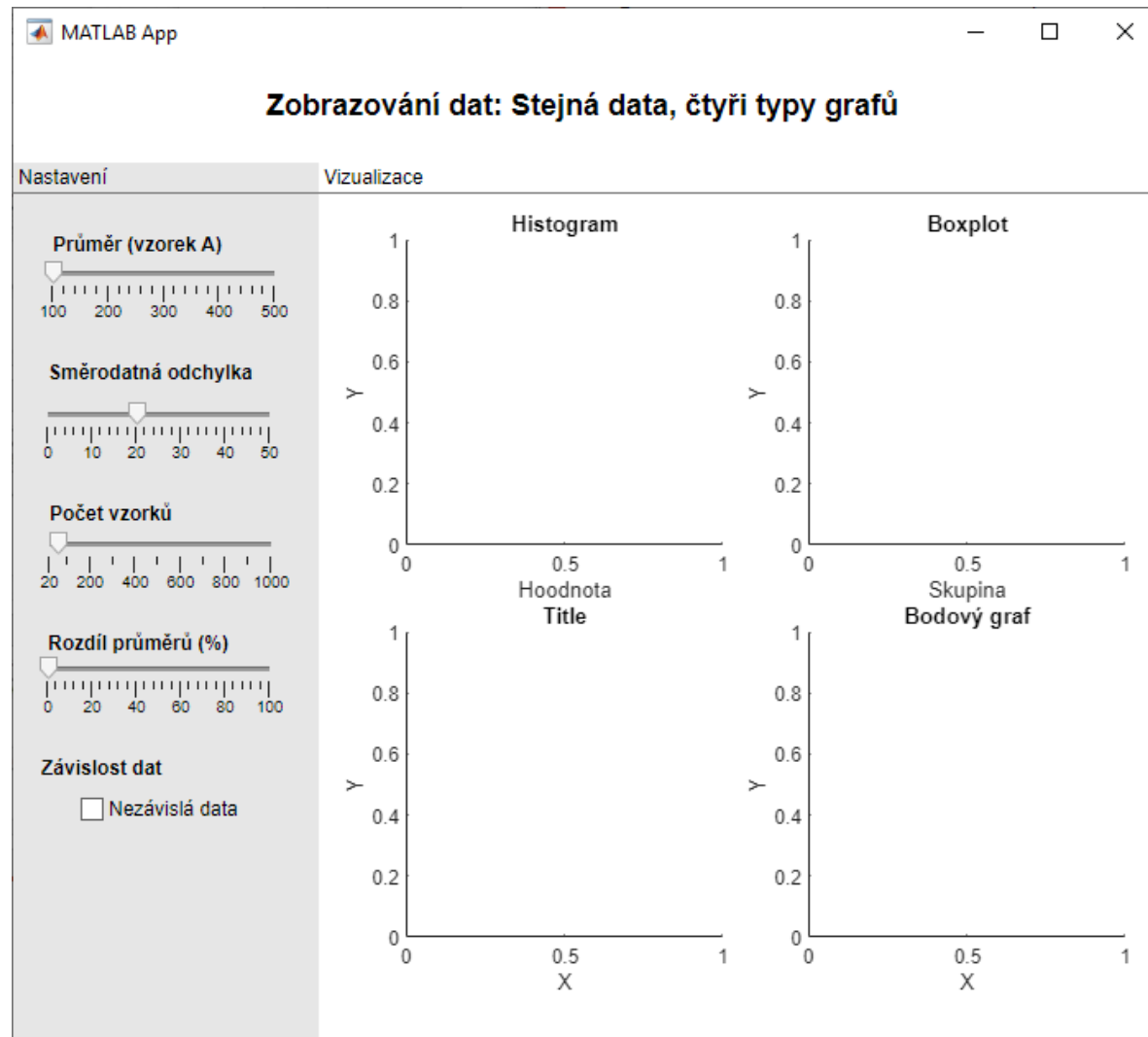
Výstupy - Statistika



Výstupy - Statistika



Výstupy - Statistika



Výstupy – www odkazy

Všechny výstupy jsou k dispozici na níže uvedených www stránkách:

IP projekty 2022 (všechny výstupy) – akademická obec + veřejnost – [ZDE](#)

WWW stránka předmětu Lineární algebra a diferenciální počet (pouze dílčí výstupy) – [ZDE](#)

WWW stránka předmětu Integrální počet (pouze dílčí výstupy) - [ZDE](#)

WWW stránka předmětu Pravděpodobnost a matematická statistika (pouze dílčí výstupy) – [ZDE](#)

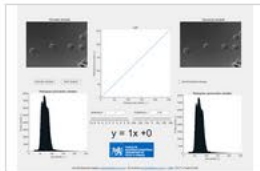
Navíc oproti plánu v projektu jsme připravili ve spolupráci s IT odd. celofakultní instanci tzv. [Matlab Web App Server](#), kde jsou pod položkou IP2022 uvedeny všechny aplikace a lze je spouštět bez nutnosti mít nainstalovaný Matlab, či jiné další soubory (viz ukázka).

Výstupy – [www odkazy \(Matlab Web App Server\)](#)

MATLAB Web App Server

Manage Apps Sign Out: hozman (Author)

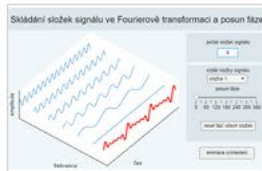
IP2022



Aplikace LUT
by Branislav Gašpar, Jiří Hozman

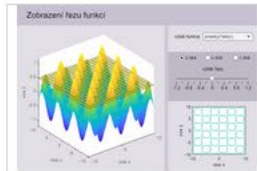
Aplikace upravující obrázky za pomoci LUT.

version 1.0



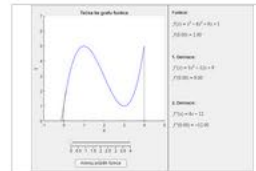
aplikace_1_skladani_signalu

version 1.0



aplikace_2_rezy

version 1.0



APP_P01

version 1.0



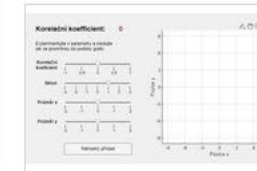
APP_P04_v32

version 1.0



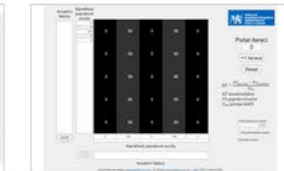
Birthday_problem

version 1.0



Correlation

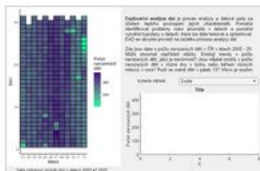
version 1.0



Demo iterativní rekonstrukce CT
by Branislav Gašpar, Jiří Hozman

Aplikace demonstrující princip iterativní rekonstrukce CT obrazu.

version 1.0



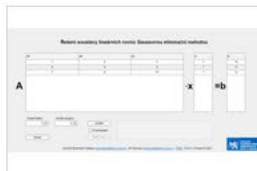
EAD

version 1.0



Gaus_app_pokracovani_no_vy_kript_finalka

version 1.0



Gaussův eliminační kalkulator
by Branislav Gašpar, Jiří Hozman

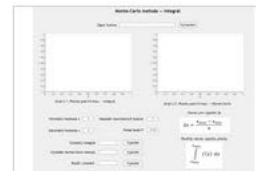
Kalkulačka řešící soustavu lineárních rovnic Gaussovou eliminační metodou.

version 1.0



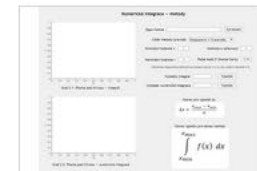
inverz_mat

version 1.0



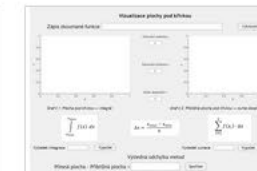
ITP_MonteCarlo

version 1.0



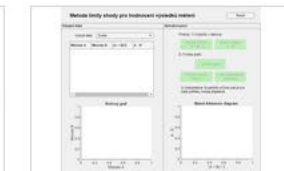
ITP_num_Int_matlab

version 1.0



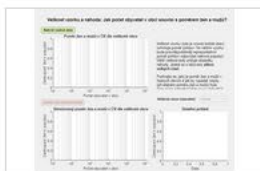
ITP_Riemann

version 1.0



Limita_of_agreement

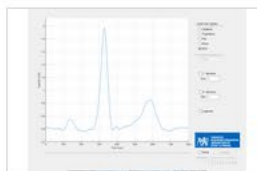
version 1.0



Sample_size

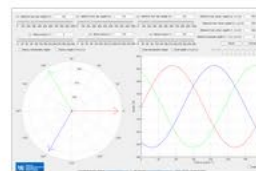


Sampling



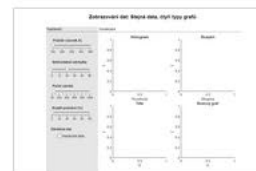
Signálový prohlížeč
by Branislav Gašpar, Jiří Hozman

Aplikace grafující signály a jejich derivace

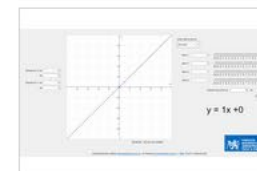


Simulátor trojfázové sítě
by Branislav Gašpar, Jiří Hozman

Aplikace simulující trojfázovou rozvodnou síť



Vizualizace



Vykreslovač přímek
by Branislav Gašpar, Jiří Hozman

Aplikace vykreslující přímky.

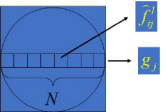
Výstupy – popis aplikace (pouze vybrané příklady)

Iterativní rekonstrukce - ART

ART – Algebraic Reconstruction Technique je jedním z mnoha použitých algoritmů, které se používají do současnosti. Existují dva základní typy ART:

- **aditivní**
- $$\hat{f}_\theta^i = \hat{f}_\theta^{i-1} + \frac{g_j - \sum_{i=1}^N \hat{f}_\theta^{i-1}}{N}$$
- **multiplikativní**
- $$\hat{f}_\theta^i = \frac{g_j}{\sum_{i=1}^N \hat{f}_\theta^{i-1}} \cdot \hat{f}_\theta^{i-1}$$

Iterativní rekonstrukce – ART pokračování

- kde:
- $\hat{f}_\theta^i$ - odhad hodnoty i -tého voxelu podél j -tého paprsku během i -té iterace,
 - g_j - skutečný paprskový součet (data) podél j -tého paprsku,
 - N - počet objemových elementů (voxelů) podél j -tého paprsku,
- 

Jevůbi integrální počtu pro výpočet plochy pod křivkou

Aplikace využívá tři přístupy:

- použití metody Monte-Carlo,
- numerickou integraci v podobě – Simpsonova 1/3 pravidlo, Simpsonova 3/8 pravidlo, Monte-Carlo metoda, lichoběžníková metoda,
- Riemannův integrál – výpočet a vizualizace ploch pod křivkou.

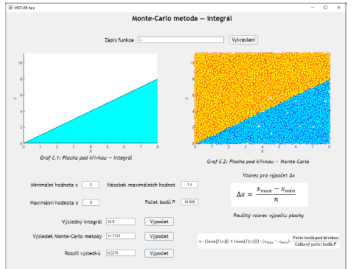
Zápis funkce se provádí standardními pravidly při psaní ASCII znaky a pravidly Matlabu, tj. např. jako x , $x+1$, x^2 , $\sin(x)$, $\exp(x)$, $\log(x)$, $\text{sort}(x)$ apod.

Při změně parametrů, U změně funkce je třeba vždy provést vykreslení a následně provést výpočet!

U metody Monte-Carlo je vždy možné uživatelsky nastavit počet bodů. To pak může ovlivnit přesnost výpočtu. U každé metody je možné provést vzájemný rozdílný výsledek. Dále je u každé metody zobrazen vorec, resp. rovnice, podle které byl výpočet realizován. Viz příklady níže (Obr. 1, 2).

U numerické integrace je možné zvolit jednu ze 4 možností (viz výše) a dále min. a max. hodnotu, přesnost a počet bodů u metody Monte-Carlo. Použité vstupy, tj. rovnice jsou zobrazeny. Viz příklady níže (Obr. 3 až 6).

U Riemannova integrálu a vizualizace plochy pod křivkou je možné zadávat min. a max. hodnotu a počet obdélníků. Zde je vhodné si vyzkoušet, jaký vliv má tento poslední parametr na přesnost výpočtu, když použijeme lineární, či nelineární funkci. I zde jsou použité rovnice zobrazeny. Viz příklady níže (Obr. 8 až 10).



Obr. 1: Výpočet integrálu pomocí metody Monte-Carlo (počet bodů 10000).

Fourierova harmonická analýza a vliv posunu fáze

Aplikace je zaměřena na velmi častou situaci, kdy potřebujeme vyjádřit reálný signál pomocí sady funkce $\sin$ a $\cos$, tj. získat zjednodušení původního signálu, abychom mohli odhadnout, jak vypadá frekvenční spektrum takového signálu. U mnoha signálů nebo použitím okem odhadnout jednotlivé složky spektra.

Uvedená aplikace umožňuje volit, z kolika tzv. harmonických (přibližně základní frekvence, odvozené z periody) se bude analýza provádět. Dále je možné volit posun fáze v rozsahu od 0 do 360° v určené harmonické složky. Všechny fázové posuvy lze pak nastavovat naprosto jedním tlačítkem. Ovládání je koncipováno tak, že to lze realizovat po jednotlivých krocích, které určuje uživatele, anebo automaticky jako animace.

Výsledek je vždy ilustrován jako jeden 2D graf závislosti amplitudy na čase a frekvenci.

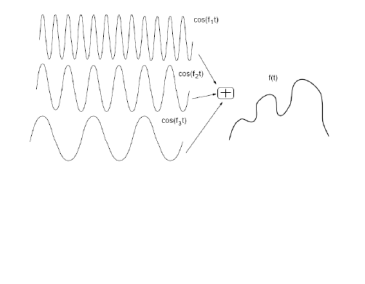
Uvedená aplikace využívá vztahů, které jsou uvedeny níže.

Jakákoli periodická funkce může být vyjádřena jako váhový součet (s nekonečným počtem členů) funkcí $\sin$ a $\cos$ s proměnou frekvencí (bázové funkce):

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n f_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n f_0 t)$$

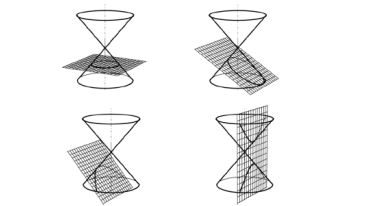
kde f_0 je tzv. "základní frekvence (harmonická)"

$$a_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(x) \cos(n f_0 x) dx \quad b_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(x) \sin(n f_0 x) dx$$



Kuželosečky

Kuželosečky (kuželce, elipsa, parabola a hyperbola) jsou zvláštní křivky. Lze je zavést několika způsoby. Jednou z možností je jako průnik kuželové plochy s rovinou. Příkladem může být (kružná) bod, plínky, či dvojice plínek) buď kružnice, elipsa, parabola nebo hyperbola, viz následující obrázky. Ohnivé také název kuželosečky.



Druhou možností je popis kuželoseček pomocí rovnice. V kartézské souřadnicové soustavě budeme uvažovat pouze kuželosečky, které mají osov souměrnosti s osou x nebo osou y . Takové kuželosečky lze popsat rovnicí

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0,$$

kde A, B, C, D, E jsou reálné konstanty.

Podle konstant A, B, C, D, E lze určit, jakou kuželosečku rovnice představuje, a tuto kuželosečku nakreslit. Zde je vhodné připomenout základní poznámky, že se dané kuželosečky kají právě ty body, které vyhovují její rovnici.

Níže bude uvedená vždy nejprve rovnice kuželosečky, kdy střed, resp. vrchol je umístěn do počátku. Ta bude také znázorněna na obrázku. Následně pak bude uvedena rovnice, kdy kuželosečka je posunuta tak, že střed, resp. vrchol je posunut do bodu (x_0, y_0) . Při určování tohoto posunutí obvykle využíváme tzv. doplnění na čtverec.

Výukové aplikace na statistiku

Korelační koeficient

Korelační koeficient je statistická veličina, která popisuje silu lineární závislosti a směr vztahu mezi dvěma proměnnými. Je to hodnota, která se pohybuje od -1 do 1, kde -1 představuje perfektní negativní korelaci (co znamená, že když jedna proměnná roste, druhá klesá), 0 představuje žádnou korelaci a 1 představuje perfektní pozitivní korelaci (což znamená, že proměnná se zvyšuje, druhá se také zvyšuje).

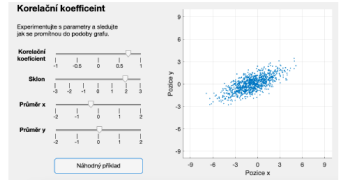
Pochopení vztahu mezi proměnnými je důležitý v mnoha oborech, včetně psychologie, ekonomie a biologie. Například v psychologii mohou mít větší zájem o studium vztahu mezi mírou stresu člověka a jeho rokem rovnice určité nemoci. V ekonomii mohou analytici chtít vědět, zda existuje korelace mezi HDP země a mírou nezaměstnanosti. V biologii může mít vědec zájem o pochopení vztahu mezi genetickou výstavbou organismu a jeho fyziologickými vlastnostmi.

Pochopením korelace mezi různými proměnnými mohou výzkumníci lépe porozumět základním vztahům a vzorům v datech, což může být základem pro rozhodování a pomoci při vývoji teorii a modelů. Korelační koeficient je pro jedinou z mnoha statistických nástrojů, které lze použít k analýze a pochopení dat, a je to důležitý koncept, který se musíte naučit, abyste mohli data efektivně analyzovat a interpretovat.

Neexistuje přehledná hranice pro případy, kdy je korelace považována za slabou nebo silnou. Sila korelace může záviset na kontextu a typu analyzovaných dat. Obecně však lze zhruba rozdělit silu korelace na:

- Slabá korelace: Korelační koeficienty mezi -0,3 a 0,3 jsou obecně považovány za slabé korelace. To znamená, že mezi proměnnými existuje určitá vztah, který však není příliš silný.
- Středně silná korelace: Korelační koeficienty mezi -0,3 a 0,3 nebo mezi 0,3 a 0,5 jsou obecně považovány za středně silné korelace. To znamená, že mezi proměnnými je poměrně silný vztah.
- Silná korelace: Korelační koeficienty mezi -1 a -0,5 nebo mezi 0,5 a 1 jsou obecně považovány za silné korelace. To znamená, že mezi proměnnými existuje velmi silný vztah.

V jednoduché aplikaci na toto téma je možné zkusnout, jak korelace bodů x a y souvisí se změnou parametrů. Přičtení konstanty posouvá v grafu velikost korelace neovlivňuje, změna sklonu neovlivňuje absolutní hodnotu korelace, ale může ovlivnit znaménko. V aplikaci je možné nechat generovat náhodné nastavení a pokusit se odhadnout korelační koeficient.



Obrázek 4: Interaktivní aplikace umožňuje sledovat vliv parametrů na korelační koeficient.

Výukové aplikace na statistiku

Histogram jako nástroj pro vizualizaci distribuce

Histogram je grafické zjednodušení rozdělení souboru dat. Vyrábí se rozdělením rozsahu hodnot v datech do řady intervalů (buněk) a následným vypsáním počtu datových bodů v každém bunce.

Histogramy jsou užitečným nástrojem pro vizualizaci tvaru distribuce, protože mohou pomoci identifikovat vzory a trendy v datech, jako je šikmost nebo multimodalita. Histogram může například ukázat, že rozdělení je zúžené, dlouhé nebo doprava, což naznačuje, že na jedné straně rozdělení je více datových bodů než na druhé.

Histogramy lze také použít k odhadu typu distribuce souboru dat, i když přesná forma distribuce není známa. To lze provést flowchartem teoretického rozdělení, jako je normální rozdělení, do histogramu a porovnáním výsledného rozdělení. Celkové jsou histogramy užitečným nástrojem pro pochopení tvaru a distribuce datové sady a mohou pomoci při výběru vhodné statistické metody pro analýzu dat.

Aplikace studijním umožňuje protozkoumat histogramy. Generují vzorky bodů z normálního, log-normálního, exponenciálního nebo jednotného rozdělení a vizualizují histogramy. Mohou upravit velikost vzorku a velikost buněk. Příliš široké buně poskytnou nedostatečné rozdělení, příliš úzké data neskrývají. V tomto aspektu se podobají jak vypadá histogram pro čtyři různé typy rozdělení. Čím je najit vhodnou šířku buně pro vámi zvolený počet vzorků a typ rozdělení.

Histogram jako nástroj pro vizualizaci distribuce

Histogram zobrazuje distribuci dat pomocí sloupků. Každý sloupek rozdělí data do intervalů, binů, a vyjádří, kolik hodnot patří do každého binu. Velikost sloupků odpovídá počtu datových bodů v daném binu. Z histogramu lze často odvodit tvar distribuce dat. Může se zdát, že data jsou normální, nebo že data mají pravděpodobně normální rozdělení. V tomto aspektu se podobají jak vypadá histogram pro čtyři různé typy rozdělení. Čím je najit vhodnou šířku buně pro vámi zvolený počet vzorků a typ rozdělení.

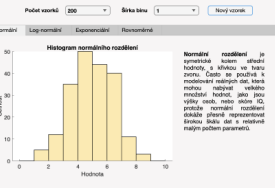


Figure 3: Příklady vizualizace normálního rozdělení v aplikaci.

Výukové aplikace na statistiku

Zobrazování data: Stejná data, čtyři typy grafů

Existuje několik různých typů grafů, které můžeme použít k vizualizaci dat a pochopení struktury a trendů. Pět z nich například bodový graf, krabíkové grafy (box plot), sloupcové grafy a histogramy. Každý typ grafu má své jedinečné vlastnosti a charakteristiky a lze je použít k reprezentaci stejných dat různými způsoby.

Bodový graf je typ grafu, který používá tečky k reprezentaci jednotlivých datových bodů. Bodové grafy se často používají k zobrazení vztahu mezi dvěma proměnnými a mohou být užitečné pro identifikaci struktury a trendů v datech. Pokud bychom například chtěli vidět, jak velikost bytu je v metrech čtverečních souvisí s jeho cenou, mohli bychom k reprezentaci těchto dat použít bodový graf.

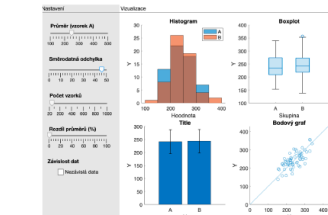
Krabíkový graf, také známý jako box plot, je typ grafu, který shrnuje statistické hodnoty z distribuce dat. Krabíkové grafy ukazují minimální hodnotu, první kvartil, median (a případně i průměr), třetí kvartil a maximální hodnotu souboru dat a mohou být užitečné pro identifikaci odlehklých hodnot a srovnání distribuce různých souborů dat. Z krabíkového grafu bychom snadno porovnali, jak se líší median a kvartily ceny bytů v Praze a Brně.

Sloupcový graf je typ grafu, který používá pruhy k reprezentaci datových hodnot. Sloupcové grafy lze použít k porovnání hodnot různých kategorií nebo k zobrazení distribuce datové sady. Pokud bychom například chtěli vidět, jak se porovnávají ceny různých typů bytů (nové postavené, rekonstruované, v původním stavu), mohli bychom pro znázornění těchto dat použít sloupcový graf.

Histogram je typ grafu, který ukazuje rozložení četnosti souboru dat. Histogramy se používají k zobrazení rozložení spojitých dat a mohou být užitečné pro identifikaci typu distribuce (normální, log-normální). Histogram například může ukázat tvar distribuce ceny bytů v ČR.

Použitím různých typů grafů můžeme reprezentovat stejné informace různými způsoby a získat různé pohledy na data. Bodový graf může například ukazovat vztah mezi dvěma proměnnými, zatímco histogram může ukazovat rozložení souboru dat. Porovnáním různých grafů můžeme lépe porozumět datům a co-li pomůže při naší analýze a rozhodování.

Zobrazování dat: Stejná data, čtyři typy grafů



Obrázek 3: Čtyři typy grafů zobrazují stejná data. Parametry vstřínání dat lze upravit v panelu nastavení.

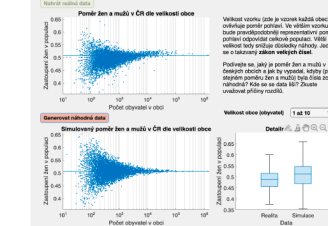
Výukové aplikace na statistiku

Velikost vzorku a náhoda: Jak počet obyvatel v obci souvisí s poměrem žen a mužů?

Velikost vzorku je ve statistické analýze důležitá, protože určuje přesnost výsledků. Větší velikost vzorku obecně poskytuje přesnější výsledky, protože umožňuje reprezentativnější a spolehlivější odhad parametru populace. Pokud například provádíte průzkum za účelem odhadu procenta lidí, kteří podporují konkrétního politického kandidáta, velikost vzorku 100 lidí nemusí být dostatečně velká, aby poskytl dostatečně náhodný vzorek populace. Velikost vzorku 1000 lidí však představuje dostatečně přesnější odhad náhodné populace. U velkých vzorků stále existuje určitý stupeň nejistoty a chyby ve výsledcích (v důsledku faktoru), jako je šikmost dat, rozložení datové sady, nebo jak a kde se daty sbírají.

V přehledové aplikaci si studenti mohou vyzkoušet, jak se velikost vzorku proměňuje na poměru žen a mužů v obci. Vybíráme vzorek je v tomto případě celá obec. Vztah mezi velikostí vzorku a poměrem mužů a žen v obci bude záviset na specifických charakteristikách uvažované populace (tato se například může výrazně lišit pro práci, jako v obci není doprava důležitá). Obecně ale platí, že čím větší je velikost vzorku, tím je pravděpodobnější, že bude přesně reprezentovat poměr mužů a žen v populaci. V této aplikaci se můžeme podívat na reálná data z českého statistického úřadu a simulované data. Studenti mohou diskutovat v čem jsou reálná a simulovaná data podobná a čem se liší. Dále mohou diskutovat, jak faktory ovlivňují tyto rozdíly. Například u malých obcí je poměr mužů a žen v populaci, než by odpovídal náhodě. Zřejmě proto, že pokud se v jedné vesnici náhodou narodí více dívek než chlapců a poměr se postupně vyrovná, větší náhodou už v partnerce.

Velikost vzorku a náhoda: Jak počet obyvatel v obci souvisí s poměrem žen a mužů?



Obrázek 4: Čtyři typy grafů zobrazují stejná data. Parametry vstřínání dat lze upravit v panelu nastavení.

Indikátory

INDIKÁTORY (měřitelné výstupy projektu kvantitativní nebo kvalitativní povahy)			
Vyberte mx. 3 indikátory z následující nabídky (vybrané zvýrazněte, event. odstraňte nevybrané a doplňte cílové hodnoty)	Výchozí hodnota	Cílová hodnota	
1. podklady pro přednášky/semináře/cvičení v CZ/EN (včetně elektronických)	0	21, nově 22	pro 3 předměty
5. vzdělávací/ inovativní opory pro zefektivnění a inovaci různých forem výuky (audio/video nahrávky, VR/AR apod.) nad rámec pracovní náplně, v CZ/ EN	0	21, nově 22	vlastní vizualizace, či animace
9. proškolení pedagogů	0%	3, nově 4	App Designer Matlab

Rozpočet (plán versus skutečné čerpání)

2.4	Materiální náklady (včetně drobného majetku)	50	5,5		8 licencí Mathtype, 2x tablet Wacom One
2.5	Služby a náklady nevýrobní	24	2,7		školení App Designer Matlab Humusoftpro 3 zam. + 3 studenty
2.6	Cestovní náhrady	0	0		
2.7	Stipendia	30	3,3		pro 3 studenty po 10 tis.
	Celkem neinvestiční	104	11,5	115,5	
3	CELKEM	104	11,5	115,5	

2788,80 Kč navíc přenosný disk

49355,- Kč tablety Wacom One Creative Pen Display (5 ks)

986,- Kč SW Mathtype

29070,20 Kč školení, z toho 24200,- Kč plně 1x školení, zbytek částečně druhé školení

30056,20 Kč Služby

49355,- Kč Drobný majetek

2788,80 Kč Materiál

Celkem: 115500 Kč vč. spoluúčasti

původně 2.4/55,5 Kč + 2.5/26,7 Kč + 2.6/33,3 Kč, nově 2.4/52143,8 Kč + 2.5/30056,20 Kč + 2.6/33,3 Kč

stipendia nebyla překročena, všechny změny nahlášeny a schváleny

Změny (všechny nahlášeny a schváleny)

- **změny v harmonogramu** zejména z důvodu vhodných termínů školení,
- **SW MathType počet licencí** – původně 8, snížení na 2 – důvodem změna licenčních podmínek,
- **tablety počet** – původně 2, nově 5 z důvodu využití více vyučujícími pro přípravu a pro realizaci výuky ve více místnostech,
- **zakoupení přenosného disku** pro řešitelku projektu, nově z důvodu nespolehlivosti předchozího a možnosti zálohování,
- **počet lidí na školení - zvýšení** (celkem 2 školení, 1 plně hrazeno, druhé pouze částečně) – zam.+stud., původně 3+3, **nově 4+6**
- **stipendia pro 3 st.** po 10 tis., skutečnost, 2 st. po 10 a 1x po 13,3 z důvodu čerpání finanční spoluúčasti fakulty a rozsahu aktivit, celková částka na stipendia nebyla překročena.