Tematické okruhy, doporučená literatura a vzorový test pro písemnou přijímací zkoušku z Matematiky (navazující magisterský studijní program „Biomedicínská a klinická informatika“)

- **Lineární algebra**
  Vektorové prostory (VP) a podprostory: Lineární kombinace vektorů, lineární závislost, lineární nezávislost skupiny vektorů, báze VP, dimenze VP. Lineární zobrazení ve VP. Vyjádření vektorů vzhledem ke standartní bázi, přechod od báze k bázi.
  Maticový počet: Různé typy matic, operace s maticemi, hodnost matice.
  Řešitelnost soustavy lineárních algebraických rovnic (SLAR): Frobeniova věta, Gaussova eliminační metoda řešení SLAR.
  Čtvercové matice: Matice regulární, singulární, inverzní, jednotková; determinant čtvercové matice a jeho výpočet (Sarrusovo pravidlo pro matice řádu $n \leq 3$, Laplaceův rozvoj); Maticové rovnice a jejich řešení; Vlastní čísla a vlastní vektory čtvercové matice.

- **Diferenciální počet**
  Posloupnosti: Vlastnosti posloupnosti - monotonie, omezenost, konvergence, divergence. Supremum, infimum, maximum, minimum a limita posloupnosti.
  Reálné funkce jedné reálné proměnné, zejména funkce lineární, kvadratická, lineární lomená, polynomiální, exponenciální, logaritmická a goniometrické funkce. Řešení rovnic a nerovnic.
  Vlastnosti funkce: sudost, lichost, periodicita.
  Operace s funkcemi, složená funkce, inverzní funkce.
  Limita a spojitost funkce, jednostranné limity.
  Asymptoty ke grafu funkce: bez směrnice, se směrnicí.
  Derivace funkce: pravidla pro derivování, tečna a normála ke grafu funkce. Derivace vyšších řádů, L'Hospitalovo pravidlo. Lokální a globální extrémy funkce, průběh funkce.
  Číselné řady: Součet řady, konvergence, divergence. Geometrická řada, řada s kladnými/nezápornými členy, alternující řada.

Literatura:
J. Tkadlec: Diferenciální a integrální počet funkcí jedné proměnné, skriptum ČVUT, 2004
J. Neustupa: Matematika I, skriptum ČVUT, 2006
S. Kračmar, F. Mráz, J. Neustupa: Sbírka příkladů z Matematiky I, skriptum ČVUT, 2013

Vzorové příklady testu pro příjímací zkoušku z Matematiky:

Lineární algebra

1. Vektor $z = 3u - 2v + w$ je lineární kombinací daných vektorů

$u = (-2,1,1), v = (5,-1,2), w = (-2,-1,2)$ a je roven

a) $(-18,4,3)$.

b) $(-18,4,1)$.

c) $(18,4,1)$.

d) $(16,-4,2)$.

2. Součin matic **A·B**, kde $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$

a) není definován.

b) je roven $\begin{pmatrix} 2 & 11 & -5 \\ 6 & 15 & -9 \\ 10 & 34 & -18 \end{pmatrix}$.

c) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$.

d) $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$.

3. Inverzní matice k matici A = $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

a) je matice $-\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

b) je matice $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

c) je matice $\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

d) neexistuje.

4. Rovnice $A \cdot X - 3X = A$ s maticí $A = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ a neznámou maticí X

a) má řešení X = $\begin{pmatrix} -2 & 15 \\ 3 & -11 \end{pmatrix}$.

b) má řešení X = $\begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 3 & -11 \end{pmatrix}$.

c) má řešení X = $\begin{pmatrix} 2 & 15 \\ 3 & -11 \end{pmatrix}$.

d) nemá řešení.

5. Dané vektory $v1 = (1, -3, -2), v2 = (5, -1, -6), v3 = (-2, -1, 2)$

a) jsou lineárně nezávislé.

b) jsou lineárně závislé.

c) mohou tvořit bázi vektorového prostoru V_3.

d) neplatí ani jedna z odpovědí a), b), c).

6. Matice A = $\begin{pmatrix} -2 & 1 & -5 \\ 0 & 1 & -9 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$

a) má hodnost 2.

b) je singulární.

c) má vlastní čísla 1,-2,-5.

d) její determinant je roven -10.

7. Soustava Ax=b, kde A= $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, vektor pravé strany b= $\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ -6 \end{pmatrix}$

a) má právě jedno řešení x = $(4,3,-1,1)^T$.

b) má ∞ mnoho řešení, závislých na 1 parametru x =$(3+p,2+p,-1,p)^T$.

c) má nekonečně mnoho řešení, závislých na dvou parametrech.

d) nemá řešení.

8. Vlastní čísla matice A = $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

a) jsou čísla $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1.$

b) jsou čísla $\lambda_1 = -i, \lambda_2 = i.$

c) jsou čísla $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1.$

d) neplatí ani jedna z odpovědí a), b), c).

Diferenciální počet

9. Posloupnost $a_n = \dfrac{4n^2 - 1}{1 - n - n^2}$

a) je klesající a $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = -4$.

b) je nerostoucí a $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = -4$.

c) je rostoucí a $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 4$.

d) je neklesající a $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 4$.

10. Nerovnost $\dfrac{1-2x}{3x+1} < 0$ je splněna pro všechna reálná

a) $x < \dfrac{-1}{2}$ nebo $x > \dfrac{1}{3}$.

b) $x > \dfrac{-1}{3}$.

c) $\dfrac{-1}{3} < x < \dfrac{1}{2}$.

d) $x < \dfrac{-1}{3}$ nebo $x > \dfrac{1}{2}$.

11. Kvadratická rovnice $x^2 + \frac{1}{2}x - 3 = 0$

a) má dvě řešení $x_1 = 2, x_2 = \frac{-3}{2}$.

b) má dvě řešení $x_1 = -2, x_2 = \frac{3}{2}$.

c) má jeden dvojnásobný kořen $x_{1,2} = -2$.

d) má dva komplexně sdružené kořeny $x_{1,2} = \dfrac{-1 \mp i\sqrt{47}}{4}$.

12. Určete, pro která reálná x platí nerovnost $\log_2(2x-1) < 0$.

a) pro $x \in (-1, -\frac{1}{2})$.

b) pro $x \in (\frac{1}{2}, 1)$.

c) pro $x \in (-\frac{1}{2}, 1)$.

d) neexistuje žádné x, pro které $\log_2(2x-1) < 0$.

13. Funkce $f(x) = \dfrac{2x^2 - 3x + 1}{1 - x}$

a) má šikmou asymptotu s rovnicí $y = -2x + 1$.

b) má šikmou asymptotu s rovnicí $y = 2x - 1$.

c) nemá šikmou asymptotu.

d) má asymptotu bez směrnice s rovnicí x = 1.

14. Funkce $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 6$

a) je v bodě $x = -1$ rostoucí.

b) má v bodě $x = -1$ lokální minimum.

c) má v bodě $x = -1$ lokální maximum.

d) je v bodě $x = -1$ klesající.

15. Řada $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-2)^{n-1}}{3^{n+1}}$

a) konverguje a má součet $S = \frac{1}{15}$.

b) diverguje a má součet $S = \infty$.

c) konverguje a má součet $S = \frac{1}{3}$.

d) diverguje a má součet $S = -\infty$.

16. Funkce $f(x) = \ln(3x+4)$ má v bodě dotyku A = $[-1,0]$ tečnu s rovnicí

a) $y = -3x - 3$.

b) $y = -x - 1$.

c) $y = x + 1$.

d) $y = 3x + 3$.

<u>Odpovědná osoba:</u> Mgr. Jana Urzová, Ph.D., jana.urzova@fbmi.cvut.cz. Na tento email lze směřovat všechny dotazy týkající se problematiky Matematiky jako dílčího okruhu pro přijímací zkoušku, nebo v případě nejasností ve výše uvedených vzorových příkladech.